

《投资学教程》计算题答案

第二章 证券发行与交易

二、计算题

1、某公司按 10 股送现金股息 5 元,送红股 1.5 股的比例向全体股东派发股息和红股,向公司现有股东按 10 股配 1 股的比例进行配股,配股价为 3.50 元,3 月 24 日为除息权日,3 月 23 日该股票收盘价为 12 元.试计算除息除权价。

答:

除权除息价 = (股权登记日的收盘价 - 每股所分红利现金额 + 配股价 × 每股配股数) ÷ (1 + 每股送红股数 + 每股配股数)

将以上数字代入公式:

$$\text{除息除权价} = (12 - 0.5 + 3.5 \times 0.1) / (1 + 0.15 + 0.1) = 9.48$$

2、假设某股票市场选出 5 家股票作为成分股,在 t 期、t+1 期,5 家股票的情况如下表所示:

t 期				t+1 期		
	价格	发行股数 (万)	市值	价格	发行股数 (万)	市值
股一	15	1200		17	1200	
股二	20	1000		23	1000	
股三	30	1000		25	1500	
股四	8	5000		8.5	5000	
股五	40	1000		22	2000	

其中,股票发行股数变化时因为股三实施了 10 股配 5 股,配股价 15 元/股,股本扩大至 1500 万股;股五 10 送 10,股本扩张至 2000 股,若 t 期的股价指数为 350 点,试计算 t+1 期的指数。

答:

应用除数调整法,5 家股票 t 期总市值为:

$$15 \times 1200 + 20 \times 1000 + 30 \times 1000 + 8 \times 5000 + 40 \times 1000 = 148000$$

然后,对 t 期市值进行调整,股三除权基准价为:

$$\frac{\text{除权日前一天收盘价} + \text{配股价} \times \text{配股率}}{1 + \text{配股率}} = (30 + 15 \times 0.5) / (1 + 0.5) = 25$$

股五除权基准价为:

$$\frac{\text{除权日前一天收盘价}}{1 + \text{送股率}} = 40 / (1 + 1) = 20$$

调整后的总市值为:

$$15 \times 1200 + 20 \times 1000 + 25 \times 1500 + 8 \times 5000 + 20 \times 2000 = 155500$$

t+1 期总市值为: $17 \times 1200 + 23 \times 1000 + 25 \times 1500 + 8.5 \times 5000 + 22 \times 2000 = 167400$

假设基期指数为 1,计算新除数 = t 调整后市值 / t 期股价指数 = $155500 / 350 = 444.28$,则 t+1 期指数 = t+1 期市值 / 新除数 = $167400 / 444.28 = 376.79$,调整后指数变动为 $376.79 - 350 = 26.79$,未调整指数变动为 $167400 / 148000 \times 350 - 350 = 45.88$,调整后指数变动 (26.79) 比未调整指数变动 (45.88) 要小,因为除去了因为配股而导致的指数增加。

3. 某客户向其信用账户提交了 150000 元现金和 5000 股证券 A 作为担保品。假设证券 A 市价为 20 元，其折算率为 70%，证券 B 市价为 10 元，客户以每股 10 元融资买入 20000 股证券 B，试计算其信用账户的维持担保比例。

答：

维持担保比例 = (现金 + 信用证券账户内证券市值总和) / (融资买入金额 + 融券卖出证券数量 × 市价 + 利息及费用总和) = (150000 + 5000 × 20 + 20000 × 10) / (20000 × 10) = 225%

这样，维持担保比例为 225%。

4. 某股份公司以每 10 股送 6 股的比例向股东派发红股，5 月 23 日为除权日，5 月 22 日该股收盘价为 20 元，试计算除权基准价。

答：

首先，计算派发红股的比例为 $6/10=0.6$ 。

其次，计算除权基准价：

除权基准价 = 收盘价 / (1 + 派发红股比例) = $20 / (1 + 0.6) = 12.5$ 元

因此，除权基准价为 12.5 元。

5. 某公司以每 10 股送 2 股和每 10 股配送 3 股的比例向现有股东送配股，配股价为每股 8 元。8 月 12 日为除权日，8 月 11 日该股收盘价为 12 元，试计算除权基准价。

答：

首先，计算两次送配股的比例之和为 $2/10+3/10=0.5$ 。

除权基准价 = $\frac{\text{除权日前一天收盘价} + \text{配股价} \times \text{配股率}}{1 + \text{配股率} + \text{送股率}}$

除权基准价 = $(12 + 8 \times 0.3) / (1 + 0.5) = 9.6$ 元

因此，除权基准价为 9.6 元。

6. 某公司向全体股东发放每股 2 元的现金股息，同时每 10 股送 2 股，配 3 股的比例向股东送配股，配股价为 6 元。6 月 25 日为除息除权日，6 月 24 日该股收盘价为 16 元，试计算除权基准价。

答：

首先，计算配股比例之和为 $2/10 + 3/10 = 0.2 + 0.3 = 0.5$ 。

除权基准价 = $\frac{\text{除权日前一天收盘价} - \text{现金股息} + \text{配股价} \times \text{配股率}}{1 + \text{配股率} + \text{送股率}}$

除权基准价 = $(16 - 2 + 6 \times 0.3) / (1 + 0.5) = 10.53$ 元

因此，除权基准价为 10.53 元。

7. 设 A、B、C 三种股票是从上海股票交易所 A 股市场中抽取的股票样本，有关数值如下表所示，分别用相对法和综合法计算简单算术股价指数（设基期指数为 100）。

股票	价格（元）		交易量（万股）	
	基期	报告期	基期	报告期
A	12	15	200	230
B	8	10	500	450
C	24	19	100	160

请使用上述数据分别计算拉斯拜尔指数和派许指数（设基期为 100）。

答:

根据相对法计算公式:

$$\text{股价指数} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{P_1^i}{P_0^i} \times \text{固定乘数}$$

$$\text{计算简单算术股价指数} = \left(\frac{15}{12} + \frac{10}{8} + \frac{19}{24} \right) \frac{1}{3} \times 100 = 109.72$$

根据综合法计算公式:

$$\text{股价指数} = \frac{\sum_{i=1}^n P_1^i}{\sum_{i=1}^n P_0^i} \times \text{固定乘数}$$

$$\text{计算简单算术股价指数} = \left(\frac{15+10+19}{12+8+24} \right) \times 100 = 100$$

根据拉斯拜尔指数计算公式:

$$\text{加权股价指数} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \text{固定乘数} = \frac{15 \times 200 + 10 \times 500 + 19 \times 100}{12 \times 200 + 8 \times 500 + 24 \times 100} \times 100 = 112.5$$

根据派许指数计算公式:

$$\text{加权股价指数} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times \text{固定乘数} = \frac{15 \times 230 + 10 \times 450 + 19 \times 160}{12 \times 230 + 8 \times 450 + 24 \times 160} \times 100 = 107.75$$

8. 某投资者信用账户中有 100 元保证金可用余额, 拟融资买入融资保证金比例为 50% 的股票 a, 则该投资者经过融资可买入多少市值的股票 a?

答:

根据融资保证金比例为 50%, 投资者可用的保证金为 100 元, 因此投资者可以融资买入的市值为:

$$\text{融资买入市值} = \text{可用保证金} / \text{融资保证金比例} = 100 / 50\% = 100 / 0.5 = 200 \text{ 元}$$

因此, 该投资者经过融资可以买入市值为 200 元的股票 a。

9. 某投资者信用账户内有 200 元现金和 300 元市值的证券 a, 假设证券 a 的折算率为 60%。则该投资者信用账户内的保证金金额为多少?

答:

信用账户内的保证金金额可以通过以下公式计算:

$$\text{保证金金额} = \text{现金} + \text{证券市值} \times \text{折算率} = 200 + 300 \times 60\% = 200 + 180 = 380 \text{ 元}$$

所以, 该投资者信用账户内的保证金金额为 380 元。

10. 某投资者的信用账户中有 150 万元现金和 180 万元市值证券 (设折算率为 60%), 假设该投资者以 1.5 元/股的价格融资买入 A 股票 80 万股, 该股票市价为 1.6 元/股, 折算率为 80%; 之后又以 6 元/股的价格融券卖出 B 股票 5 万股, 目前 B 股票市价为 6.4 元/股, 折算率为 70%; 在此期间产生的利息及费用为 2 万元。试计算投资者账户的维持担保比例。

答:

$$\text{维持担保比例} = \text{总资产} / \text{负债}$$

$$= \frac{\text{现金} + \text{信用证券账户内的证券市值}}{\text{融资买入金额} + \text{融资卖出证券数量} \times \text{市价} + \text{利息及费用}} \times 100\%$$

维持担保比例 = $(150 + 180 + 1.6 \times 80) / (80 \times 1.5 + 5 \times 6.4 + 2) = 458 / 154 = 297\% \geq 150\%$ (安全)

第四章 证券投资收益与风险

二、计算题

1、假定投资者面临以下三个投资组合的选择：组合 X 的期望收益率为 10%，收益的标准差为 10%；组合 Y 的期望收益率为 20%，收益的标准差为 20%；Z 的期望收益率为 30%，收益的标准差为 30%。投资者的期望效用为： $U = E[R] - \frac{1}{2}A\sigma^2$ ，风险厌恶系数为 3。如果投资者只能从以上三个组合中选择其中一个组合，投资者该选择哪一个组合？

答：

根据投资者的期望效用公式，可以计算出每个组合的期望效用：

$$U_X = 10\% - \frac{1}{2} \times 3 \times 10\%^2 = 10\% - 1.5\% = 8.5\%$$

$$U_Y = 20\% - \frac{1}{2} \times 3 \times 20\%^2 = 20\% - 6\% = 14\%$$

$$U_Z = 30\% - \frac{1}{2} \times 3 \times 30\%^2 = 30\% - 13.5\% = 16.5\%$$

根据计算结果，投资者应该选择组合 Z，因为它具有最高的期望效用值。

2、假定黄金的期望收益率和风险分别为 1%和 30%，股票 X 的期望收益率和风险分别为 20%和 40%。黄金和股票 X 的相关系数为-0.1。投资者的期望效用为： $U = E[R] - \frac{1}{2}A\sigma^2$ ，风险厌恶系数为 3。考虑以下两个方案：100%的投资于股票 X，以及 50%投资于黄金和 50%投资于股票 X 的组合，投资者该如何选择？

答：

首先，计算出每个方案的期望效用。

对于第一个方案，100%的投资于股票 X，期望收益率为 20%，风险（收益率的标准差）为 40%，期望效用为：

$$U_1 = 20\% - \frac{1}{2} \times 3 \times 40\%^2 = 20\% - 24\% = -4\%$$

对于第二个方案，50%投资于黄金和 50%投资于股票 X 的组合，需要计算出该组合的期望收益率和风险。根据资产组合的期望收益率和风险的公式：

$$E(r_p) = w_1E(r_1) + w_2E(r_2)$$

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2\rho_{12}}$$

其中， w_1 和 w_2 分别为投资于黄金和股票 X 的权重， $E(r_1)$ 和 $E(r_2)$ 分别为黄金和股票 X 的期望收益率， σ_1 和 σ_2 分别为黄金和股票 X 的风险， ρ_{12} 为两个资产的相关系数。

将给定的数据代入上述公式，得到该组合的期望收益率为：

$$E(r_p) = 0.5 \times 1\% + 0.5 \times 20\% = 10.5\%$$

该组合的风险为：

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{0.5^2 \times (30\%)^2 + 0.5^2 \times (40\%)^2 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 30\% \times 40\% \times (-0.1)} \\ &= \sqrt{0.0565} = 23.8\%\end{aligned}$$

该组合的期望效用为：

$$U_2 = 10.5\% - \frac{1}{2} \times 3 \times 0.0565 = 2.025\%$$

根据结果，投资者应该选择第二个方案，即 50%投资于黄金和 50%投资于股票 X 的组合，因为它具有较高的期望效用。

3、股票 A 的期望收益和风险 (用标准差来衡量) 分别为 20%和 40%，无风险资产的收益率为 5%。考虑 30%投资于无风险资产，70%投资于股票 A 的组合，求该组合的期望收益率和风险。

答：根据资产组合的期望收益率和风险的计算公式：

$$\begin{aligned}E(r_p) &= w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) \\ \sigma_p &= \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}\end{aligned}$$

其中， w_1 和 w_2 分别是投资于无风险资产和股票 A 的权重， $E(r_1)$ 和 $E(r_2)$ 分别是无风险资产和股票 A 的期望收益率， σ_1 和 σ_2 分别是无风险资产和股票 A 的风险 (标准差)， ρ_{12} 为两个资产的相关系数。

将给定的数据代入上述公式，得到该组合的期望收益率和风险：

$$\begin{aligned}E(r_p) &= 0.3 \times 5\% + 0.7 \times 20\% = 15.5\% \\ \sigma_p &= w_2 \sigma_2 = 0.7 \times 40\% = 28\%\end{aligned}$$

因此，该组合的期望收益率为 15.5%，风险为 28%。

4、股票 A 的期望收益和风险分别为 20%和 30%，股票 B 的期望收益和风险分别为 30%和 40%，股票 A 和 B 收益率的相关系数为 0.6。考虑 30%投资于股票 A，70%投资于股票 B 的组合，求该组合的期望收益率和风险。

答：根据资产组合的期望收益率和风险的公式：

$$\begin{aligned}E(r_p) &= w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) \\ \sigma_p &= \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}\end{aligned}$$

其中， w_1 和 w_2 分别是投资于股票 A 和股票 B 的权重， $E(r_1)$ 和 $E(r_2)$ 分别是股票 A 和股票 B 的期望收益率， σ_1 和 σ_2 分别是股票 A 和股票 B 的风险 (标准差)， ρ_{12} 为两个资产的相关系数。

将给定的数据代入上述公式，得到该组合的期望收益率和风险：

$$E(r_p) = 0.3 \times 20\% + 0.7 \times 30\% = 27\%$$

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{30\%^2 \times (30\%)^2 + 70\%^2 \times (40\%)^2 + 2 \times 30\% \times 70\% \times 30\% \times 40\% \times 0.6} \\ &= \sqrt{0.0081 + 0.0784 + 0.03024} = \sqrt{0.11674} = 0.342\end{aligned}$$

因此，该组合的期望收益率为 27%，风险为 34.2%。

5、股票 A 的期望收益和风险分别为 10%和 20%，股票 B 的期望收益和风险分别为 20%和 30%，股票 C 的期望收益和风险分别为 30%和 40%。股票 A 和 B 收益率的相关系数为 0.6，股

票 A 和 C 收益率的相关系数为 0.5，股票 B 和 C 收益率的相关系数为 0.7。考虑 30% 投资于股票 A，20% 投资于股票 B 的组合，50% 投资于股票 C 的组合，求该组合的期望收益率和风险。

答：

首先，计算该组合的期望收益率：

$$E(r_p) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + w_3 E(r_3)$$

其中， w_1 、 w_2 、 w_3 分别是投资于股票 A、股票 B 和股票 C 的权重， $E(r_1)$ 、 $E(r_2)$ 、 $E(r_3)$ 分别是股票 A、股票 B 和股票 C 的期望收益率。

将给定的数据代入上述公式，得到该组合的期望收益率：

$$E(r_p) = 0.3 \times 10\% + 0.2 \times 20\% + 0.5 \times 30\% = 22\%$$

然后，计算该组合的风险（标准差）：

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23}}$$

其中， w_1 、 w_2 、 w_3 分别是投资于股票 A、股票 B 和股票 C 的权重， σ_1 、 σ_2 、 σ_3 分别是股票 A、股票 B 和股票 C 的风险（标准差）， ρ_{12} 、 ρ_{13} 、 ρ_{23} 分别为股票 A 和股票 B、股票 A 和股票 C、股票 B 和股票 C 间的相关系数。

将给定的数据代入上述公式，得到该组合的风险：

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sqrt{0.3^2 \times 0.2^2 + 0.2^2 \times 0.3^2 + 0.5^2 \times 0.4^2 + 2 \times 0.3 \times 0.2 \times 0.2 \times 0.3 \times 0.6 +} \\ &\quad 2 \times 0.3 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.4 \times 0.5 + 2 \times 0.2 \times 0.5 \times 0.3 \times 0.4 \times 0.7 \\ &= \sqrt{(0.0036 + 0.0036 + 0.04 + 0.00432 + 0.012 + 0.0168)} \\ &= \sqrt{0.08032} \approx 0.2834 \end{aligned}$$

因此，该组合的期望收益率为 22%，风险（标准差）约为 28.34%。

第五章 马克维茨资产组合理论

二、计算题

1. 某投资者拥有一个两证券的组合，两种证券的期望收益率、标准差及权数分别如下：

证券	期望收益率 (%)	标准差 (%)	权数
A	10	20	0.35
B	15	25	0.65

当相关系数分别为 -1，-0.2，0，0.2，1 时，投资组合标准差是多少？

答：根据资产组合的标准差公式：

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}$$

其中， w_1 和 w_2 分别为投资于证券 A 和 B 的权重， σ_1 和 σ_2 分别为证券 A 和 B 的风险， ρ_{12} 为两个资产的相关系数。

我们代入不同的相关系数，并使用给定的数据进行计算。

当相关系数为 -1 时：

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sqrt{0.35^2 \times (20\%)^2 + 0.65^2 \times (25\%)^2 + 2 \times 0.35 \times 0.65 \times 20\% \times 25\% \times (-1)} \\ &= \sqrt{0.00855625} = 9.25\% \end{aligned}$$

当相关系数为-0.2 时:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{0.35^2 \times (20\%)^2 + 0.65^2 \times (25\%)^2 + 2 \times 0.35 \times 0.65 \times 20\% \times 25\% \times (-0.2)} \\ &= \sqrt{0.026756} = 16.36\%\end{aligned}$$

当相关系数为 0 时:

$$\sigma_p = \sqrt{0.35^2 \times (20\%)^2 + 0.65^2 \times (25\%)^2} = \sqrt{0.031306} = 17.69\%$$

当相关系数为 0.2 时:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{0.35^2 \times (20\%)^2 + 0.65^2 \times (25\%)^2 + 2 \times 0.35 \times 0.65 \times 20\% \times 25\% \times 0.2} \\ &= \sqrt{0.035856} = 18.94\%\end{aligned}$$

当相关系数为 1 时:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{0.35^2 \times (20\%)^2 + 0.65^2 \times (25\%)^2 + 2 \times 0.35 \times 0.65 \times 20\% \times 25\%} \\ &= \sqrt{0.054056} = 23.25\%\end{aligned}$$

因此, 当相关系数分别为-1, -0.2, 0, 0.2, 1 时, 投资组合的标准差分别为 9.25%, 16.36%, 17.69%, 18.94%, 23.25%。

2. 给出三种资产期望收益向量和方差—协方差矩阵如下:

$$ER = \begin{bmatrix} 10.1 \\ 7.8 \\ 5.0 \end{bmatrix} \quad VC = \begin{bmatrix} 210 & 60 & 0 \\ 60 & 90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

某投资者的风险组合中两个风险证券的投资比例各占 50%。

- 三种证券中哪一种是无风险证券? 为什么?
- 计算该投资者投资组合的期望收益率和标准差。
- 如果无风险资产占该投资者的总投资组合的 25%, 其总投资组合的期望收益率和标准差是多少?

答:

a. 三种证券中第三种为无风险证券。从方差—协方差矩阵中看, 对角线元素为三种证券的方差, 而第三种证券的方差为 0, 即说明它是无风险证券。

b. 风险组合中第一种证券投资比例 x_1 为 0.5, 第二种证券投资比例 x_2 也为 0.5。

$$E(r_p) = x_1 E(r_1) + x_2 E(r_2) = 0.5 \times 10.1 + 0.5 \times 7.8 = 8.95$$

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_{12}} = \sqrt{0.25 \times 210 + 0.25 \times 90 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 60} = \sqrt{105} \\ &= 10.25\end{aligned}$$

c. 无风险资产占该投资者的总投资组合的 25%, 那么风险资产组合占该投资者的总投资组合的 75%。

$$E = 0.75 \times 8.95 + 0.25 \times 5 = 7.9625$$

$$\sigma = 0.75 \times \sqrt{105} = 7.69$$

3. 假设市场上有 A、B 两种证券, 其预期收益率分别为 8%和 13%, 标准差分别为 12%和 20%。在卖空约束下, 试计算相关系数分别为-1, 0, 0.3, 1 时, 最小方差组合的权重、组合收益率以及标准差。

答:

在卖空约束下, 根据两个证券组合方差的计算公式,

$$\sigma_p^2 = x_A^2 \sigma_A^2 + (1 - x_A)^2 \sigma_B^2 + 2x_A(1 - x_A)\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B$$

令 $\frac{d\sigma_p^2}{dx_A} = 0$, 可得到最小方差组合权重的计算公式为:

$$x_A = \frac{\sigma_B^2 - \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}$$

$$x_B = 1 - x_A$$

组合的预期收益率的计算公式为:

$$E(r_p) = x_A E(r_A) + x_B E(r_B)$$

组合标准差的计算公式为:

$$\sigma_p = \sqrt{x_A^2 \sigma_A^2 + x_B^2 \sigma_B^2 + 2x_A x_B \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B}$$

(1) 当相关系数为-1 时,

$$x_A = \frac{0.2^2 - (-1) \times 0.12 \times 0.2}{0.12^2 + 0.2^2 - 2 \times (-1) \times 0.12 \times 0.2} = 0.625$$

$$x_B = 1 - 0.625 = 0.375$$

组合的预期收益率为:

$$E(r_p) = 0.625 \times 8\% + 0.375 \times 13\% = 9.875\%$$

组合的标准差:

$$\sigma_p = \sqrt{(0.625^2 \times 0.12^2 + 0.375^2 \times 0.2^2 + 2 \times 0.625 \times 0.375 \times (-1) \times 12\% \times 20\%)} = 0$$

(2) 当相关系数为 0 时,

$$x_A = \frac{0.2^2}{0.12^2 + 0.2^2} = 0.735$$

$$x_B = 1 - 0.735 = 0.265$$

组合的预期收益率:

$$E(r_p) = 0.735 \times 8\% + 0.265 \times 13\% = 9.325\%$$

组合的标准差:

$$\sigma_p = \sqrt{(0.735^2 \times 0.12^2 + 0.265^2 \times 0.2^2 + 2 \times 0.735 \times 0.265 \times 0 \times 12\% \times 20\%)} = 10.29\%$$

(3) 当相关系数为 0.3 时,

$$x_A = \frac{0.2^2 - 0.3 \times 0.12 \times 0.2}{0.12^2 + 0.2^2 - 2 \times 0.3 \times 0.12 \times 0.2} = 0.82$$

$$x_B = 1 - 0.82 = 0.18$$

组合的预期收益率:

$$E(r_p) = 0.82 \times 8\% + 0.18 \times 13\% = 8.9\%$$

组合的标准差:

$$\sigma_p = \sqrt{(0.82^2 \times 0.12^2 + 0.18^2 \times 0.2^2 + 2 \times 0.82 \times 0.18 \times 0.3 \times 12\% \times 20\%)} \\ = 11.45\%$$

(4) 当相关系数为 1 时,

$$x_A = \frac{0.2^2 - 1 \times 0.12 \times 0.2}{0.12^2 + 0.2^2 - 2 \times 1 \times 0.12 \times 0.2} = 2.5 > 1 \\ x_B = 1 - 2.5 = -1.5$$

若不允许卖空, 即 $0 \leq x_A \leq 1$, 证券 A 与 B 的组合在均值标准差坐标系中为一条连接 A 与 B 的直线, 此时最小方差点为证券 A, 即:

$$x_A = 1 \\ x_B = 0$$

组合的预期收益率:

$$E(r_p) = 1 \times 8\% + 0 \times 13\% = 8\%$$

组合的标准差:

$$\sigma_p = 12\%$$

4. 已知 A、B、C 三种资产, 已知:

资产	预期收益率	标准差 (%)	相关系数
A	14	6	$\rho_{AB} = 0.5$
B	8	3	$\rho_{AC} = 0.2$
C	20	15	$\rho_{BC} = 0.4$

试求投资组合的有效边界, 并在 $E_p - \sigma_p$ 坐标中画出图形。

答: 首先计算出 A、B、C 三种资产两两之间的协方差:

$$\sigma_{AB} = \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B = 0.5 \times 6\% \times 3\% = 0.09\%$$

$$\sigma_{AC} = \rho_{AC}\sigma_A\sigma_C = 0.2 \times 6\% \times 15\% = 0.18\%$$

$$\sigma_{BC} = \rho_{BC}\sigma_B\sigma_C = 0.4 \times 3\% \times 15\% = 0.18\%$$

根据第一类马柯威茨均值方差模型:

$$\min \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 x_i x_j \sigma_{ij} \\ s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^3 x_i E(r_i) \geq E_p^* \\ \sum_{i=1}^3 x_i = 1 \end{cases}, \quad i=1,2,3$$

代入已知值, 可得:

$$\min \sigma_p^2 = x_1^2 \times 6\%^2 + x_2^2 \times 3\%^2 + x_3^2 \times 15\%^2 + 0.18\% x_1 x_2 + 0.36\% x_1 x_3 + 0.36\% x_2 x_3$$

$$s.t. \begin{cases} 14\%x_1 + 8\%x_2 + 20\%x_3 \geq E_p^* \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

给定不同的 E_p^* 值，应用模型可得到不同的 x 值，进而可得到不同的 σ 值，从而可得出有效边界。

当 $E_p = 0\%$ ，代入模型中，得： $x_1 = -0.2857$ ， $x_2 = 1.8095$ ， $x_3 = -0.5238$ ，代入目标函数，得： $\sigma_p = 0.1357$ ；

当 $E_p = 10\%$ ，代入模型中，得： $x_1 = -0.6667$ ， $x_2 = 0.5$ ， $x_3 = -0.1667$ ，代入目标函数，得： $\sigma_p = 0.107$ ；

当 $E_p = 20\%$ ，代入模型中，得： $x_1 = 1.619$ ， $x_2 = -0.8095$ ， $x_3 = 0.1905$ ，代入目标函数，得： $\sigma_p = 0.1409$ ；

这样，证券组合可行域的左边缘及有效边界如下图 5-1 所示：

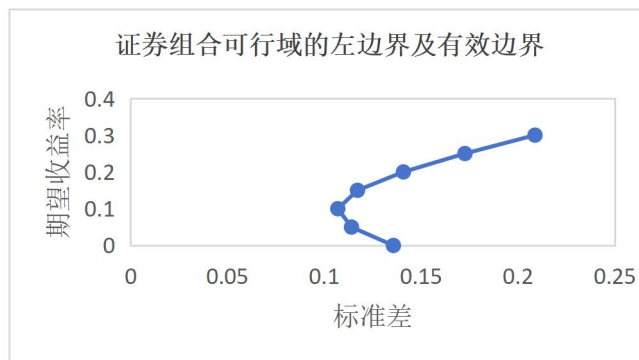


图 5-1 证券组合可行域的左边缘及有效边界

5. 由证券 A、B、C、D 构成一个投资组合，每种证券的投资初始投资价值、期望的期末价值以及投资组合的初始市值比例如下：

证券	初始价值	期末价值（期望）	初始市值比例（%）
A	500	700	19.2
B	200	300	7.7
C	1000	1000	38.5
D	900	1500	34.6

计算每种证券的期望收益率，以及组合的期望收益率。

答：

每种证券的期望收益率为：

期望收益率 = (期末价值 - 初始价值) / 初始价值

这样，证券 A、B、C、D 的期望收益率如下表。

证券	初始价值	期末价值（期望）	期望收益率
A	500	700	0.4
B	200	300	0.5
C	1000	1000	0
D	900	1500	0.67

投资组合的期望收益率：

$$E(r_p) = w_A E(r_A) + w_B E(r_B) + w_C E(r_C) + w_D E(r_D)$$

$$=19.2\% \times 0.4 + 7.7\% \times 0.5 + 38.5\% \times 0 + 34.6\% \times 0.67 = 34.6\%$$

6. 股票 A 和股票 B 的期望收益率分别为 13%, 5%、标准差分别为 10%, 18%。某投资者购买了 300000 元股票 A, 卖空 10 000 元股票 B, 并用所得资产购买更多的股票 A。已知这两只股票之间的相关系数为 0.25, 则投资组合的期望收益率、标准差分别是多少?

答:

首先, 计算投资组合的权重:

投资者购买了 300,000 元的股票 A, 卖空了 10,000 元的股票 B, 那么总的资本投入为 $300,000 - 10,000 = 290,000$ 元。于是, 股票 A 的权重为 $300,000 / 290,000 \approx 1.034$, 股票 B 的权重为 $-10,000 / 290,000 \approx -0.034$ 。

投资组合的期望收益率:

$$E(r_p) = w_A E(r_A) + w_B E(r_B) = 1.034 \times 13\% - 0.034 \times 5\% = 13.27\%$$

投资组合的标准差:

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B}$$

$$= \sqrt{1.034^2 \times 0.1^2 + (-0.034)^2 \times 0.18^2 + 2 \times 1.034 \times (-0.034) \times 0.25 \times 0.1 \times 0.18}$$

$$= 10.2\%$$

因此, 投资组合的期望收益率约为 13.27%, 标准差约为 10.2%。

7. 试证明当两种证券的相关系数为 1 时, 投资组合的标准差等于组合中各证券标准差的加权平均值。

证明:

根据两种证券组合方差计算公式:

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}$$

当相关系数为 1 时,

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 = (x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2)^2$$

这样, $\sigma_p = x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2$

8. 三种证券 A、B、C 的标准差分别为 0.12, 0.15, 0.1、相关系数如下表:

	A	B	C
A	1	-1	0.2
B	-1	1	-0.2
C	0.2	-0.2	1

- 如果一个组合由 20% 的证券 A, 80% 的证券 C 组成, 则组合的标准差是多少?
- 如果一个组合由 40% 的证券 A, 20% 的证券 B, 以及 40% 的证券 C 组成, 组合的标准差是多少?
- 设计一个包含证券 A 和证券 B 的投资组合, 使得该组合的标准差为 0。

答:

a. 根据两证券投资组合标准差的计算公式:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13}}$$

$$= \sqrt{0.2^2 \times 0.12^2 + 0.8^2 \times 0.1^2 + 2 \times 0.2 \times 0.8 \times 0.2 \times 0.12 \times 0.1} = 0.088$$

b. 组合的标准差可以按照相同的公式计算:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2\rho_{12} + 2w_1w_3\sigma_1\sigma_3\rho_{13} + 2w_2w_3\sigma_2\sigma_3\rho_{23}} \\ &= \sqrt{0.4^2 \times 0.12^2 + 0.2^2 \times 0.15^2 + 0.4^2 \times 0.1^2 + 2 \times 0.4 \times 0.2 \times 0.12 \times 0.15 \times (-1) + 2 \times 0.4 \times 0.4 \times 0.12 \times 0.1 \times 0.2 + 2 \times 0.2 \times 0.4 \times 0.15 \times 0.1 \times (-0.2)} \\ &= 0.047\end{aligned}$$

c. 两证券组合的方差为:

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2\rho_{12}$$

当 $\rho_{12} = -1$ 时, $\sigma_p^2 = (w_1\sigma_1 - w_2\sigma_2)^2$, 即: $\sigma_p = w_1\sigma_1 - w_2\sigma_2$

由于 $w_2 = 1 - w_1$, 令: $\sigma_p = w_1\sigma_1 - (1 - w_1)\sigma_2 = 0$, 得:

$$\begin{aligned}w_1 &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = \frac{0.15}{0.12 + 0.15} = 0.556 \\ w_2 &= 1 - 0.556 = 0.444\end{aligned}$$

9. 某投资者拥有三种证券, 每种证券的收益率以及对应概率如下表:

状态	证券 A	证券 B	证券 C	概率
1	-10	10	0	0.3
2	0	10	10	0.2
3	10	5	15	0.3
4	20	-10	5	0.2

如果投资者资金 20% 投资于证券 A, 50% 投资于证券 B, 30% 投资于证券 C, 计算组合的期望收益率和标准差。

答: (1) 计算各证券的期望收益率。

证券 A 的期望收益率为:

$$E(r_A) = 0.3 \times (-10) + 0.2 \times 0 + 0.3 \times 10 + 0.2 \times 20 = 4$$

证券 B 的期望收益率为:

$$E(r_B) = 0.3 \times 10 + 0.2 \times 10 + 0.3 \times 5 + 0.2 \times (-10) = 4.5$$

证券 C 的期望收益率为:

$$E(r_C) = 0.3 \times 0 + 0.2 \times 10 + 0.3 \times 15 + 0.2 \times 5 = 7.5$$

(2) 组合的期望收益率:

$$E(r_p) = 0.2 \times 4 + 0.5 \times 4.5 + 0.3 \times 7.5 = 5.3$$

(3) 组合的标准差:

证券 A 的标准差为:

$$\begin{aligned}\sigma_A &= \sqrt{(-10 - 4)^2 \times 0.3 + (0 - 4)^2 \times 0.2 + (10 - 4)^2 \times 0.3 + (20 - 4)^2 \times 0.2} \\ &= \sqrt{124} = 11.13\end{aligned}$$

证券 B 的标准差为:

$$\begin{aligned}\sigma_B &= \sqrt{(10 - 4.5)^2 \times 0.3 + (10 - 4.5)^2 \times 0.2 + (5 - 4.5)^2 \times 0.3 + (-10 - 4.5)^2 \times 0.2} \\ &= \sqrt{57.25} = 7.57\end{aligned}$$

证券 C 的标准差为:

$$\begin{aligned}\sigma_C &= \sqrt{(0 - 7.5)^2 \times 0.3 + (10 - 7.5)^2 \times 0.2 + (15 - 7.5)^2 \times 0.3 + (5 - 7.5)^2 \times 0.2} \\ &= \sqrt{36.25} = 6.02\end{aligned}$$

各证券收益率之间的协方差:

$$\sigma_{AB} = (-10 - 4)(10 - 4.5) \times 0.3 + (0 - 4)(10 - 4.5) \times 0.2 + (10 - 4)(5 - 4.5) \times 0.3 \\ + (20 - 4)(-10 - 4.5) \times 0.2 = -73$$

$$\sigma_{AC} = (-10 - 4)(0 - 7.5) \times 0.3 + (0 - 4)(10 - 7.5) \times 0.2 + (10 - 4)(15 - 7.5) \times 0.3 \\ + (20 - 4)(5 - 7.5) \times 0.2 = 35$$

$$\sigma_{BC} = (10 - 4.5)(0 - 7.5) \times 0.3 + (10 - 4.5)(10 - 7.5) \times 0.2 + (5 - 4.5)(15 - 7.5) \\ \times 0.3 + (-10 - 4.5)(5 - 7.5) \times 0.2 = -1.25$$

组合的标准差：

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + w_C^2 \sigma_C^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB} + 2w_A w_C \sigma_{AC} + 2w_B w_C \sigma_{BC}} \\ = \sqrt{0.2^2 \times 0.0124 + 0.5^2 \times 0.005725 + 0.3^2 \times 0.003625 + 2 \times 0.2 \times 0.5 \times (-0.0073) + \\ 2 \times 0.2 \times 0.3 \times 0.0035 + 2 \times 0.5 \times 0.3 \times (-0.000125)} \\ = \sqrt{0.001176} = 3.43\%$$

综上所述，该投资组合的期望收益率为 5.3%，标准差为 3.43%。

10. 已知证券 A、B 的期望收益率分别为：0.3 和 0.1，标准差分别为：0.7 和 0.4，两个证券的相关系数为 0.4。在分别存在允许卖空和限制卖空的条件下，投资组合能取得的最小方差分别是多少？

答：

根据两个证券组合方差的计算公式，

$$\sigma_p^2 = x_A^2 \sigma_A^2 + (1 - x_A)^2 \sigma_B^2 + 2x_A(1 - x_A)\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B$$

令 $\frac{d\sigma_p^2}{dx_A} = 0$ ，可得到最小方差组合权重的计算公式为：

$$x_A = \frac{\sigma_B^2 - \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B} \\ x_B = 1 - x_A$$

组合方差的计算公式为：

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$$

(1) 在允许卖空的条件下，投资组合最小方差的计算：

首先计算投资组合取得最小方差时的权重：

$$x_A = \frac{0.4^2 - 0.4 \times 0.7 \times 0.4}{0.7^2 + 0.4^2 - 2 \times 0.4 \times 0.7 \times 0.4} = 0.113 \\ x_B = 1 - 0.113 = 0.887$$

投资组合最小方差为：

$$\sigma_p^2 = 0.113^2 \times 0.7^2 + 0.887^2 \times 0.4^2 + 2 \times 0.113 \times 0.887 \times 0.4 \times 0.7 \times 0.4 \\ = 0.154591594 \approx 0.1546$$

(2) 在限制卖空的条件下

由于在允许卖空的条件下，投资组合取得最小方差时的权重均为正，故，在限制卖空的条件下与允许卖空的条件下的情况相同。

第六章 资本资产定价模型

二、计算题

1. 假定无风险利率为 6%，市场收益率为 10%。某只股票的贝塔值为 1.2，若该股票今天的市场价格为 10 元。预期该股票在年末的售价是多少元？

答：

$$E(r) = 6\% + (10\% - 6\%) \times 1.2 = 10.8\%$$

$$P_1 = P_0(1 + E(r)) = 10 \times (1 + 10.8\%) = 11.08$$

计算得到股票在年末的预期售价为 11.08 元。

2. 下表是 A 公司股票的收益分布

经济状况	经济状况发生的概率	A 公司股票收益 (%)
萧条	10%	-4
衰退	20%	4
正常	50%	12
繁荣	20%	20

假定无风险利率为 2%，市场组合的风险溢价为 4.2%。

(1) A 公司股票的期望收益是多少？

(2) A 公司股票的贝塔系数是多少？

答：

(1) A 公司股票的期望收益可以通过将每种经济状况的股票收益乘以其发生概率并求和得到：

$$E(r_A) = 0.1 \times (-4\%) + 0.2 \times 4\% + 0.5 \times 12\% + 0.2 \times 20\% = 10.4\%$$

所以，A 公司股票的期望收益为 10.4%。

(2) A 公司股票的贝塔系数可以通过 CAPM 公式计算，CAPM 公式：

$$E(r_i) = r_f + [E(r_M) - r_f] \beta_i = 2\% + 4.2\% \beta_i = 10.4\%$$

$$\beta_A = \frac{10.4\% - 2\%}{4.2\%} = 2$$

所以，A 公司股票的贝塔系数为 2。

3. 市场中有一只股票，其收益与市场组合收益的协方差为 0.06。假设市场组合收益的方差为 0.04，市场组合的风险溢价为 9.4%，无风险利率为 4%。

(1) 写出证券市场线的方程。

(2) 该公司股票的期望收益是多少？

答：

(1) 证券市场线的方程为：

$$E(r_i) - r_f = [E(r_M) - r_f] \beta_i$$

将无风险利率 4%、市场组合风险溢价 9.4% 带入到方程中，可得：

$$E(r_i) = 4\% + 9.4\% \beta_i$$

(2) 首先求得该公司股票的贝塔值:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \frac{0.06}{0.04} = 1.5$$

将求得的贝塔值代入证券市场线中:

$$E(r_i) = 4\% + 9.4\% \times 1.5 = 18.1\%$$

该公司股票的期望收益是 18.1%。

4. 在一个只有两只股票的资本市场上, 股票 A 的市值是股票 B 的两倍。股票 A 收益的标准差为 30%, 股票 B 收益的标准差为 50%, 两者收益的相关系数为 0.7。

(1) 市场组合的标准差是多少?

(2) 每种股票的贝塔系数是多少?

答:

(1) 设股票 A 的市值为 V_A , 股票 B 的市值为 V_B ,

那么, $\omega_A = V_A/(V_A + V_B)$, $\omega_B = V_B/(V_A + V_B)$

代入已知值得, 股票 A 的权重为 $2/3$, 股票 B 的权重为 $1/3$

$$\sigma_M = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 0.3^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 0.5^2 + 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 0.7 \times 0.3 \times 0.5} = \sqrt{0.1144} = 0.338$$

$$(2) \beta_A = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2} = \frac{COV(r_A, \omega_A r_A + \omega_B r_B)}{\sigma_M^2} = \frac{\omega_A \sigma_A^2 + \omega_B \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B}{\sigma_M^2}$$

$$\beta_B = \frac{\sigma_{BM}}{\sigma_M^2} = \frac{COV(r_B, \omega_A r_A + \omega_B r_B)}{\sigma_M^2} = \frac{\omega_B \sigma_B^2 + \omega_A \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B}{\sigma_M^2}$$

代入已知值得,

$$\beta_A = \frac{\frac{2}{3} \times 0.3^2 + \frac{1}{3} \times 0.7 \times 0.3 \times 0.5}{0.1144} = \frac{0.095}{0.1144} = 0.83$$

$$\beta_B = \frac{\frac{1}{3} \times 0.5^2 + \frac{2}{3} \times 0.7 \times 0.3 \times 0.5}{0.1144} = \frac{0.1533}{0.1144} = 1.34$$

5. 假设你根据市场上的信息获得了关于证券市场和其中 3 家公司股票的如下信息:

证券名称	期望收益	收益的标准差	与市场组合的相关系数	贝塔系数
市场组合	0.15	0.10		
无风险资产	0.05			
股票 A	0.13	0.12	I	0.90
股票 B	0.16	II	0.40	1.10
股票 C	0.25	0.24	0.75	III

如果资本资产定价模型成立, 请计算:

(1) 求出表中 I、II、III 处的未知数字。

(2) 在期望收益-贝塔系数平面内标出股票 A、股票 B 和股票 C 的位置，并简要评价此三家公司股票的投资价值。

答：

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{iM}\sigma_i\sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{iM}\sigma_i}{\sigma_M} ;$$

(1) 根据

$$\rho_{AM} = 0.9 \times 0.1 \div 0.12 = 0.75$$

$$\sigma_B = 1.1 \times 0.1 \div 0.4 = 0.275$$

$$\beta_C = 0.75 \times 0.24 \div 0.1 = 1.8$$

因此，求出结果依次对应 I、II、III 处。

(2) 根据 CAPM 公式，我们可以分别计算股票 A、股票 B、股票 C 均衡状态下预期收益率，然后比较实际收益率与其值的差异来判断三支股票的位置。

$$E(R_A) = 0.05 + 0.9 \times (0.15 - 0.05) = 0.14 > 0.13$$

$$E(R_B) = 0.05 + 1.1 \times (0.15 - 0.05) = 0.16 = 0.16$$

$$E(R_C) = 0.05 + 1.8 \times (0.15 - 0.05) = 0.23 < 0.25$$

因此，在期望收益-贝塔系数平面内股票 A 位于证券市场线的下方，股票 B 位于证券市场线上，股票 C 位于证券市场线的上方（如图 6-1 所示），所以，股票 A 高估、股票 B 公平定价、股票 C 低估，我们可以判断出，公司 C 最具有投资价值，公司 A 不具有投资价值。

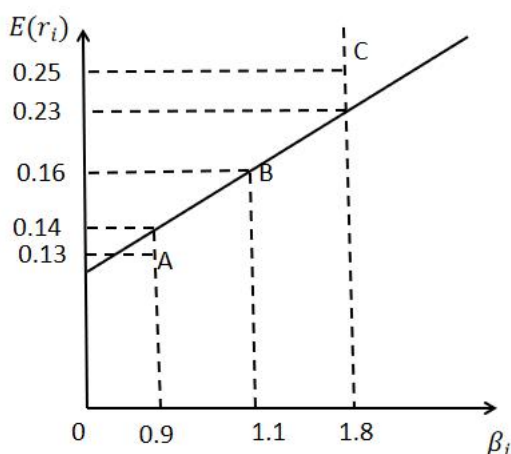


图 6-1

6. 假设由两种证券组成市场组合，它们有如下的期望收益率、标准差和投资比例：

证券	期望收益率 (%)	标准差 (%)	比例
A	10	20	0.40

B	15	28	0.60
---	----	----	------

基于这些信息，并给定两种证券间的相关系数为 0.30，无风险收益率为 5%，写出资本市场线方程。

答：

资本市场线方程为：

$$E(R) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \sigma$$

首先，计算市场组合的期望收益率：

$$E(R_m) = 0.4 \times 10\% + 0.6 \times 15\% = 13\%$$

然后，计算市场组合的标准差：

$$\sigma_m = \sqrt{0.4^2 \times 20\%^2 + 0.6^2 \times 28\%^2 + 2 \times 0.4 \times 0.6 \times 20\% \times 28\% \times 0.3} = \sqrt{0.042688} = 20.66\%$$

代入已知值到资本市场线方程中，

$$E(R) = 5\% + \frac{13 - 5}{20.66} \sigma = 5\% + 0.387 \sigma$$

7. 给定市场组合的期望收益率为 10%，无风险收益率为 6%，证券 A 的 β 值为 0.85，证券 B 的 β 值为 1.20。

- 画出证券市场线。
- 证券市场线的方程是什么？
- 证券 A, B 的均衡期望收益率是多少？
- 在证券市场线上描出两种风险证券。

答：

a. 证券市场线是一条直线，经过 (0, 6%) 和 (1, 10%)，在期望收益-贝塔系数平面内连接这两点可以画出证券市场线，如图 6-2 所示：

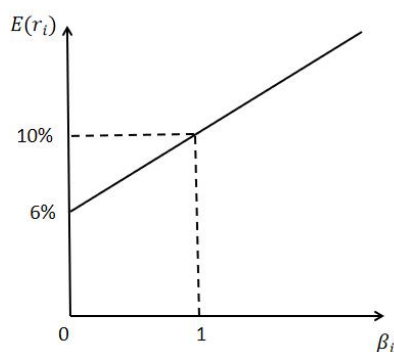


图 6-2 证券市场线

- 证券市场线的方程为：

$$E(r_i) - r_f = [E(r_M) - r_f] \beta_i$$

将无风险收益率 6%、市场组合期望收益率 10%代入到方程中：

$$E(r_i) = 6\% + 4\% \beta_i$$

c. 根据证券市场线方程，将证券的 β 值代入，可以求得证券的均衡期望收益率：

$$E(r_A) = 6\% + 4\% \beta_A = 6\% + 4\% \times 0.85 = 9.4\%$$

$$E(r_B) = 6\% + 4\% \beta_B = 6\% + 4\% \times 1.2 = 10.8\%$$

d. 在证券市场线上描出两种风险证券，如图 6-3 所示：

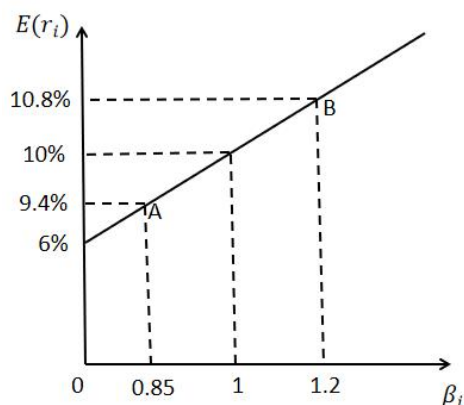


图 6-3 两种风险证券在证券市场线的位置

8. 设两种证券 A 和 B 组成市场组合。它们的投资比例和方差分别为 0.39, 160 以及 0.61, 340。两种证券的协方差为 190。计算两种证券的 β 值。

答：

首先，计算市场组合的方差：

$$\sigma_m^2 = \omega_A^2 \sigma_A^2 + \omega_B^2 \sigma_B^2 + 2\omega_A \omega_B COV(r_A, r_B)$$

带入已知值， $\sigma_m^2 = 0.39^2 \times 160 + 0.61^2 \times 340 + 2 \times 0.39 \times 0.61 \times 190 = 241.252$

市场组合的方差为 241.252。

$$\beta_A = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2} = \frac{COV(r_A, \omega_A r_A + \omega_B r_B)}{\sigma_M^2} = \frac{\omega_A \sigma_A^2 + \omega_B COV(r_A, r_B)}{\sigma_M^2}$$

$$\beta_B = \frac{\sigma_{BM}}{\sigma_M^2} = \frac{COV(r_B, \omega_A r_A + \omega_B r_B)}{\sigma_M^2} = \frac{\omega_B \sigma_B^2 + \omega_A COV(r_B, r_A)}{\sigma_M^2}$$

代入已知值得，

$$\beta_A = \frac{0.39 \times 160 + 0.61 \times 190}{241.252} = \frac{178.3}{241.252} = 0.739$$

$$\beta_B = \frac{0.61 \times 340 + 0.39 \times 190}{241.252} = \frac{281.5}{241.252} = 1.167$$

9. 设市场组合的期望收益率为 15%，无风险利率为 8%。一只股票的期望收益率为 17%， β 系数为 1.25。求该股票的 α 系数，并说明该股票是高估还是低估。

答：

根据 CAPM 公式：

$$E(r_i) - r_f = [E(r_M) - r_f] \beta_i$$

股票均衡状态下的期望收益率为：

$$E(r) = 8\% + [15\% - 8\%] \times 1.25 = 16.75\%$$

因此， $\alpha = 17\% - 16.75\% = 0.25\% > 0$

由于 α 系数大于 0，说明该股票的实际期望收益率高于 CAPM 模型预测的期望收益率，这可能意味着该股票被低估。

10. 一个投资者拥有三个证券组成的组合。组合中这些证券的 β 值和投资比例如下，求该投资组合的 β 值。

证券	β 值	比例
A	0.8	0.2
B	1.2	0.3
C	1.1	0.5

答：

投资组合的总体贝塔值可以通过每个证券的贝塔值与其权重的乘积之和来计算，公式为：

$$\beta_p = \omega_A \beta_A + \omega_B \beta_B + \omega_C \beta_C = 0.2 \times 0.8 + 0.3 \times 1.2 + 0.5 \times 1.1 = 1.07$$

计算得到投资组合贝塔值为 1.07。

第七章 因素模型与套利定价

二. 计算题

1. 假设市场中存在 A、B 两种股票，其收益率由一个单因素模型生成，风险收益特征如下：

	期望收益 (%)	因素敏感性系数 b_i	特定企业标准差 (%)
证券 A	13	0.8	30
证券 B	18	1.2	40

共同因素的标准差为 22%，无风险收益率为 8%。求：

(1) 股票 A、B 收益率的标准差。

(2) 若分别以 0.3、0.45、0.25 的比例投资于股票 A、股票 B 和无风险证券，资产组合的期望收益和标准差。

答：(1) 根据单因素模型： $r_{it} = a_i + b_i F_t + \varepsilon_{it}$

其中： r_{it} 为证券 i 在 t 期的实际收益率； b_i 为证券 i 对因素 F 的敏感性； F_t 为 t 期的因素值； ε_{it} 为证券 i 在 t 期的残差项。

股票 A、B 收益率的标准差分别为：

$$\sigma_A = \sqrt{b_A^2 \cdot \sigma_F^2 + \sigma^2(\varepsilon_A)} = \sqrt{0.8^2 \times 22\%^2 + 30\%^2} = \sqrt{0.120976} = 34.78\%$$

$$\sigma_B = \sqrt{b_B^2 \cdot \sigma_F^2 + \sigma^2(\varepsilon_B)} = \sqrt{1.2^2 \times 22\%^2 + 40\%^2} = \sqrt{0.229696} = 47.93\%$$

(2) 资产组合的期望收益：

$$E(r_p) = \omega_A r_A + \omega_B r_B + \omega_f r_f = 0.3 \times 13\% + 0.45 \times 18\% + 0.25 \times 8\% = 14\%$$

股票 A 与股票 B 间的协方差：

$$\sigma_{AB} = b_A b_B \sigma_F^2 = 0.8 \times 1.2 \times 0.22^2 = 0.046464$$

资产组合的标准差：

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sqrt{\omega_A^2 \sigma_A^2 + \omega_B^2 \sigma_B^2 + 2\omega_A \omega_B \sigma_{AB}} \\ &= \sqrt{0.3^2 \times 0.120976 + 0.45^2 \times 0.229696 + 2 \times 0.3 \times 0.45 \times 0.046464} \\ &= \sqrt{0.05740128 + 0.01254528} = \sqrt{0.06994656} = 26.45\% \end{aligned}$$

2. 股票 A、B 的指数模型估计结果如下： $r_A = 0.12 + 0.6r_I + \varepsilon_A$ ， $r_B = 0.04 + 1.4r_I + \varepsilon_B$ ，

$\sigma_I = 0.26$ ， $\sigma(\varepsilon_A) = 0.20$ ， $\sigma(\varepsilon_B) = 0.10$ ，求：

(1) 股票 A 和股票 B 收益的标准差。

(2) 股票 A 和股票 B 收益的协方差。

答：(1) 根据题中指数模型，证券收益的标准差为： $\sigma = \sqrt{\beta^2 \cdot \sigma_I^2 + \sigma^2(\varepsilon)}$ ，

可得股票 A 和股票 B 收益的标准差分别为：

$$\sigma_A = \sqrt{0.6^2 \cdot 0.26^2 + 0.20^2} = 0.2536$$

$$\sigma_B = \sqrt{1.4^2 \cdot 0.26^2 + 0.10^2} = 0.3775$$

(2) 根据题中股票 A 和股票 B 收益的指数模型，可得股票 A 和股票 B 收益的协方差为：

$$\sigma_{AB} = b_A b_B \sigma_I^2 = 0.6 \times 1.4 \times 0.26^2 = 0.0568。$$

3. 假设影响证券收益率的因素为国民生产总值增长率 R_{GDP} 和未预期到的通货膨胀率 UI ，两因素相互独立，股票 A 收益的两因素模型是： $r_A = \alpha_A + b_{A1}R_{GDP} + b_{A2}UI + \varepsilon_A$ 。假定 R_{GDP} 和 UI 的波动率分别为 $\sigma_{GDP}^2 = 6\%$ ， $\sigma_{UI}^2 = 5\%$ ，此外，股票 A 对两因素的敏感系数分别为 0.8 和 1.2，残差项的方差 $\sigma_{\varepsilon_A}^2 = 0.04$ ，求股票 A 收益的方差。

答：根据题中股票 A 收益的两因素模型，其方差为：

$$\sigma_A^2 = b_{A1}^2 \sigma_{GDP}^2 + b_{A2}^2 \sigma_{UI}^2 + \sigma_{\varepsilon_A}^2 = 0.8^2 \times 0.06 + 1.2^2 \times 0.05 + 0.04 = 0.1504$$

4. 考虑单因素 APT 模型。一个充分分散风险的资产组合标准差为 20%，因素收益率的标准差为 17%，那么这个充分分散资产组合的因素敏感性系数是多少？

答：根据单因素模型： $r_{it} = a_i + b_i F_t + \varepsilon_{it}$

其中： r_{it} 为证券 i 在 t 期的实际收益率； b_i 为证券 i 对因素 F 的敏感性； F_t 为 t 期的因素值； ε_{it} 为证券 i 在 t 期的残差项。

对于一个充分分散风险的资产组合，其只承担因素风险，而非因素风险为 0。这样，其标准差为因素敏感性系数与因素收益率标准差的乘积。有：

$$\sigma_p = b_p \sigma_F$$

$$b_p = \frac{\sigma_p}{\sigma_F} = \frac{0.2}{0.17} = 1.1765$$

5. 某投资者拥有的组合具有下列特征（假设收益率由一个单因素模型生成）：

证券	因素敏感性	比例	期望收益率（%）
A	2.0	0.20	20
B	3.5	0.40	10
C	0.5	0.40	5

该投资者决定通过增加证券 A 的持有比例 0.2 来创建一个套利组合。求：

- （1）在该投资者的套利组合中其它两个证券的权数是多少？
- （2）该套利组合的期望收益率是多少？
- （3）如果每个人都跟着该投资者的决定投资，对这 3 种证券价格会造成什么影响？

答：（1）假设 x_1 、 x_2 、 x_3 分别是套利组合中证券 A、B、C 的投资比例，则：

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 + 3.5x_2 + 0.5x_3 = 0$$

$$x_1 = 0.2, \text{ 解得: } x_2 = -0.1, x_3 = -0.1$$

$$(2) \quad E(r_1) \times x_1 + E(r_2) \times x_2 + E(r_3) \times x_3 = 2.5\%$$

(3) 所有人都买入证券 A，导致 A 价格上涨，卖出证券 B 和 C，使 B 和 C 资产价格下降。

6. 假设证券市场有三种证券，它们的期望收益率和 β 系数如下：

证券	A	B	C
期望收益率	0.1	0.4	0.7
β 系数	1	2	3

试问：可以用上述三种证券构造套利组合吗？说明理由。

答：假设 x_1 、 x_2 、 x_3 分别是套利组合中证券 A、B、C 的投资比例。要构造套利组合，必须满足三个条件，即：

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \quad (1)$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \quad (2)$$

$$E_1x_1 + E_2x_2 + E_3x_3 > 0 \quad (3)$$

根据 (1)、(2) 式，得：

$$x_1 = x_3, x_2 = -2x_3, \text{ 代入 (3) 式中,}$$

$$E_1x_1 + E_2x_2 + E_3x_3 = 0.1x_3 - 0.4 \times 2x_3 + 0.7x_3 = 0$$

因此，上述三种证券不可能构造套利组合。

7. 某投资者拥有一个 3 种股票组成的投资组合，3 种股票的市值均为 500 万，投资组合的总价值为 1500 万。假定这三种股票收益均符合单因素模型，其预期收益率分别为 16%，20% 和 13%，其对该因素的敏感度分别是 0.9、3.1 和 1.9。请问该投资者能否修改其投资组合，以便在不增加系统风险的情况下提高预期收益率。

答：设三种股票市值比重的变化量分别为 x_1, x_2, x_3

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \quad (1)$$

$$0.9x_1 + 3.1x_2 + 1.9x_3 = 0 \quad (2)$$

$$0.16x_1 + 0.20x_2 + 0.13x_3 > 0 \quad (3)$$

根据 (1)、(2) 式，得：

$$x_1 = 1.2x_2, x_3 = -2.2x_2$$

$$\text{令 } x_2 = 0.1, \text{ 则 } x_1 = 0.12, x_3 = -0.22$$

此时，组合的收益率（(3)式）为：

$$0.16x_1 + 0.20x_2 + 0.13x_3 = 0.16 \times 0.12 + 0.2 \times 0.1 - 0.22 \times 0.13 = 1.06\%$$

套利组合收益率为 1.06%

原有组合的权重为 1/3, 1/3, 1/3；增加证券 1 的权重 12%，证券 2 的权重 10%，降低证券 3 的权重 22%，即证券 1 的投资比例为 1/3+12%=45.3%，证券 2 的投资比例为 1/3+10%=43.3%，证券 3 的投资比例为 1/3-22%=11.3%，可提高预期收益 1.06%。

8. 设风险资产与两因素有关，两因素的期望回报率分别为 $E(F_1)=10\%$ ， $E(F_2)=15\%$ ，无风险利率为 5%，又已知资产对两因素的灵敏度 $b_1=0.5$ ， $b_2=0.8$ 。求该资产的期望收益率。

答：根据套利定价模型：

$$E_i = r_f + (E(F_1) - r_f)b_{i1} + (E(F_2) - r_f)b_{i2} + \cdots + (E(F_K) - r_f)b_{iK}$$

两因素套利定价模型为：

$$E_i = r_f + (E(F_1) - r_f)b_{i1} + (E(F_2) - r_f)b_{i2}$$

代入已知值，可得该资产的期望收益率为：

$$E_i = 5\% + (10\% - 5\%)0.5 + (15\% - 5\%)0.8 = 15.5\%$$

9. 设 F_1 和 F_2 是两个独立的经济指标，并设证券 A 和 B 关于这些指标的信息如下表所示，无风险利率为 4%，用 APT 模型求出两个指标的增长率。

	b_{i1}	b_{i2}	预期收益率 (%)
证券 A	1.8	2.1	40
证券 B	2.0	-0.5	10

答：两因素套利定价模型为：

$$E_i = r_f + (E(F_1) - r_f)b_{i1} + (E(F_2) - r_f)b_{i2}$$

根据 APT 模型，代入已知值，可以列出以下方程组：

$$\begin{cases} 40\% = 4\% + (E(F_1) - 4\%) \times 1.8 + (E(F_2) - 4\%) \times 2.1 \\ 10\% = 4\% + (E(F_1) - 4\%) \times 2 + (E(F_2) - 4\%) \times (-0.5) \end{cases}$$

求解方程组，解得：

$$E(F_1) = 10\%, E(F_2) = 16\%$$

两个指标的增长率分别为 10% 和 16%。

10. 假定市场中存在证券 A、B、C，这三种证券在期末有两种可能的价格情况如下表所示，该市场存在套利机会吗？为什么？

证券名称	当前价格	预测期末 价格 1	预测期末 价格 2

A	70 元	60 元	90 元
B	60 元	55 元	85 元
C	80 元	65 元	100 元

答：

(1) 计算两种情况下各证券的预期收益率（期望收益率）

证券名称	当前价格	预测期末价格 1	预测收益率 1	预测期末价格 2	预测收益率 2
A	70 元	60 元	-1/7	90 元	2/7
B	60 元	55 元	-1/12	85 元	5/12
C	80 元	65 元	-3/16	100 元	4/16

(2) 设三种股票的投资比重分别为 x_1, x_2, x_3 ，若不存在套利机会， x_1, x_2, x_3 必满足下列三个方程式：

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \quad ①$$

$$-\frac{1}{7}x_1 - \frac{1}{12}x_2 - \frac{3}{16}x_3 = 0 \quad ②$$

$$\frac{2}{7}x_1 + \frac{5}{12}x_2 + \frac{4}{16}x_3 = 0 \quad ③$$

根据②、③，不存在一组 $x_1, x_2, x_3 \neq 0$ ，使得该组方程式同时等于 0，因此，一定存在套利机会。

第八章 债券定价分析

二、计算题

1、设债券的票面金额为 100 元，票面利率为 6%，期限 5 年，市场利率为 5%。如果债券每半年付息一次，价格是多少？如果债券每年付息一次，价格又是多少？

答：

每半年付息一次：

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{100 \times 6\% \times 0.5}{1 + 5\%/2} + \frac{100 \times 6\% \times 0.5}{(1 + 5\%/2)^2} + \dots + \frac{100 \times 6\% \times 0.5 + 100}{(1 + 5\%/2)^{10}} \\
 &= 3 \times \frac{1 - (\frac{1}{1 + 5\%/2})^{10}}{5\%/2} + \frac{100}{(1 + 5\%/2)^{10}} = 104.4
 \end{aligned}$$

每年付息一次：

$$P = \frac{100 \times 6\%}{1 + 5\%} + \dots + \frac{100 \times 6\% + 100}{(1 + 5\%)^5} = 6 \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + 5\%)^5}}{5\%} + \frac{100}{(1 + 5\%)^5} = 104.3$$

2、有一付息债券，一年付息一次，期限 3 年，票面金额为 1000 元，票面利率为 4%，

债券发行价为 990 元。该债券的当期收益率和到期收益率分别是多少？

答：

$$\text{到期收益率} = \frac{\text{年息票利息}}{\text{当前市场价格}} = \frac{1000 \times 4\%}{990} = 4.04\%$$

设到期收益率为 r ，可以得到：

$$\begin{aligned} \text{当前价格} &= \frac{1000 \times 4\%}{1+r} + \frac{1000 \times 4\%}{(1+r)^2} + \frac{1000 \times 4\% + 1000}{(1+r)^3} = 990 \\ &= 40 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^3}}{r} + \frac{1000}{(1+r)^3} \end{aligned}$$

通过试错法，解得到期收益率 $r = 4.36\%$

3、一张期限为 10 年的等额摊还债券，市场利率为 5%，如果其价格为 1158.26 元，那么每年末等额偿还的金额应该为多少元？

答：设每年末等额摊还金额为 X ，可以得到：

$$\text{价格} = 1158.26 = \frac{X}{1+5\%} + \dots + \frac{X}{(1+5\%)^{10}} = X \times \frac{1 - \frac{1}{(1+5\%)^{10}}}{5\%}$$

解得每年末等额偿还金额为 150 元。

4、某债券的票面金额为 1000 元，票面利率为 6%，期限 5 年，市场利率为 6%，每年付息一次，如果市场利率上升 1%，那么债券价格会怎样变化？变化多少？

答：

$$P_1 = \frac{1000 \times 6\%}{1+6\%} + \dots + \frac{1000 \times 6\% + 1000}{(1+6\%)^5} = 60 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^5}}{6\%} + \frac{1000}{(1+6\%)^5} = 1000$$

$$P_2 = \frac{1000 \times 6\%}{1+7\%} + \dots + \frac{1000 \times 6\% + 1000}{(1+7\%)^5} = 60 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+7\%)^5}}{7\%} + \frac{1000}{(1+7\%)^5} = 959$$

市场利率上升 1%，债券价格会下降，下降 $1000 - 959 = 41$ 元

5、假设市场上有若干只国债，这些国债的剩余期限、票面利率和价格如下表所示：

剩余期限（年）	票面利率	每年付息次数	价格（元）
1	0%	0	98.00
2	5%	1	101.00
3	6%	1	102.00
4	6.5%	1	102.00
5	7%	1	103.00

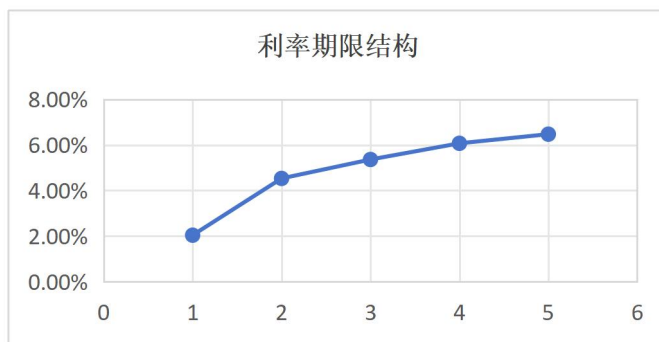
- （1）依据表中给出的数据，计算出不同期限的即期利率；
- （2）绘制出利率期限结构；
- （3）针对利率期限结构的形状，用无偏预期理论加以解释。

答：

- （1）将 4 只付息国债进行息票剥离，并结合零息国债，可以得到如下的方程组：

$$\begin{cases} 98 = \frac{100}{1+y_1} \\ 101 = \frac{5}{1+y_1} + \frac{105}{(1+y_2)^2} \\ 102 = \frac{6}{1+y_1} + \frac{6}{(1+y_2)^2} + \frac{106}{(1+y_3)^3} \\ 102 = \frac{6.5}{1+y_1} + \frac{6.5}{(1+y_2)^2} + \frac{6.5}{(1+y_3)^3} + \frac{106.5}{(1+y_4)^4} \\ 103 = \frac{7}{1+y_1} + \frac{7}{(1+y_2)^2} + \frac{7}{(1+y_3)^3} + \frac{7}{(1+y_4)^4} + \frac{107}{(1+y_5)^5} \end{cases}$$

求解方程组，可以得到， $y_1 = 2.04\%$, $y_2 = 4.53\%$, $y_3 = 5.36\%$, $y_4 = 6.07\%$, $y_5 = 6.47\%$
(2)



(3)

无偏预期理论又称纯预期理论，它认为远期利率是人们对未来即期利率的普遍预期，如果人们预期未来的即期利率相对于现在的即期利率会上涨，则利率期限结构是向上倾斜型的；如果人们预期未来的即期利率相对于现在的即期利率会下跌，则利率期限结构是向下倾斜的。

在这里，人们预期未来的即期利率相对于现在的即期利率会上涨，所以利率期限结构是向上倾斜的。

6、沿用第 5 题的数据，如果无偏预期理论成立，计算 1 年之后两年期的即期利率的期望值。

答：

设一年之后两年期的即期利率的期望值为 $E(S_{1,3}) = f_{1,3}$ ，根据预期理论，可以得到：

$$(1 + S_1)(1 + f_{1,3})^2 = (1 + S_3)^3 = (1 + 2.04\%)(1 + f_{1,3})^2 = (1 + 5.36\%)^3$$

解得一年之后两年期的即期利率的期望值为 7.06%。

7、某债券的票面金额为 1000 元，票面利率为 6.5%，期限 3 年，市场利率为 6%，每年付息一次，试计算剩余期限从 3 年到 2 年时的债券价格的变化率。

答：

剩余期限为 3 年时：

$$P_1 = \sum_{t=1}^3 \frac{65}{(1+6\%)^t} + \frac{1000}{(1+6\%)^3} = 65 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^3}}{6\%} + \frac{1000}{(1+6\%)^3} = 1013.37 \text{ 元}$$

剩余期限为 2 年时：

$$P_2 = \sum_{t=1}^2 \frac{65}{(1+6\%)^t} + \frac{1000}{(1+6\%)^2} = 65 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^2}}{6\%} + \frac{1000}{(1+6\%)^2} = 1009.17 \text{ 元}$$

因此，债券价格变化率：

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{1009.17 - 1013.37}{1013.37} = -0.41\%$$

8、考虑票面金额 1000 元、票面利率为 8%、期限为 5 年的每年付息一次的债券。现有两种情况，到期收益率为 7% 时，上升 1 个百分点所引起的债券价格变化率为多少？到期收益率为 8% 时，上升 1 个百分点所引起的债券价格变化率为多少？哪种情况下债券价格变化率大？

答：

到期收益率为 7% 时：

$$P_1 = \sum_{t=1}^5 \frac{80}{(1+7\%)^t} + \frac{1000}{(1+7\%)^5} = 80 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+7\%)^5}}{7\%} + \frac{1000}{(1+7\%)^5} = 1041.00 \text{ 元}$$

到期收益率为 8% 时：

$$P_2 = \sum_{t=1}^5 \frac{80}{(1+8\%)^t} + \frac{1000}{(1+8\%)^5} = 80 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+8\%)^5}}{8\%} + \frac{1000}{(1+8\%)^5} = 1000 \text{ 元}$$

到期收益率为 9% 时：

$$P_3 = \sum_{t=1}^5 \frac{80}{(1+9\%)^t} + \frac{1000}{(1+9\%)^5} = 80 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+9\%)^5}}{9\%} + \frac{1000}{(1+9\%)^5} = 961.10 \text{ 元}$$

因此，到期收益率为 7% 时，上升 1 个百分点所引起的债券价格变化率：

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{1000 - 1041}{1041} = -3.94\%$$

到期收益率为 8% 时，上升 1 个百分点所引起的债券价格变化率：

$$\frac{P_3 - P_2}{P_2} = \frac{961.1 - 1000}{1000} = -3.89\%$$

到期收益率为 7% 时，上升 1 个百分点所引起的债券价格变化率大。

第九章 股票定价分析

二、计算题

1. 已知某公司今年每 10 股刚刚发放股利 4 元，预期以后每年以 10% 的速度递增，假定 10 年期国债的收益率为 5%，上证综指的收益率为 20%，ABC 公司的 β 系数为 1.2。目前公司的股价为 3.5 元，问是否应该买入？

答：首先利用 CAPM 计算期望收益率：

$$r = R_f + \beta(R_m - R_f) = 5\% + 1.2(20\% - 5\%) = 23\%$$

然后利用 DDM 模型计算合理股价

$$V = \frac{D_0 \times (1 + g)}{r - g} = \frac{0.4 \times (1 + 10\%)}{23\% - 10\%} = 3.38 \text{ 元}$$

合理股价 3.38 元小于 3.5 元，所以不该买入。

2. 已知国债的收益率为 5%，上证综指的收益率为 10%，ABC 公司的 β 系数为 1.5，则理论上该股票投资者要求的回报率为多少？

答：利用 CAPM 可得：

该股票投资者要求的回报率为：

$$\text{回报率} = R_f + \beta(R_m - R_f) = 5\% + 1.5(10\% - 5\%) = 12.5\%$$

3. 由于受金融危机的影响，某出口型公司业务受到较大的影响，2011 年净资产收益率仅为 5%，预期 2012 年和 2013 年都维持将这一盈利水平，由于公司盈利能力较低，董事会决定 2012-2013 年将上年度净利润的 80% 用于发放现金股利。2014 年及之后，随着全球经济的复苏，外需的增长使得公司盈利水平提高到先前的 20% 的水平，并进入稳定发展阶段，每年股利发放比例为上一年度的 50%。公司 2012 年刚刚派发了 0.48 元每股的现金股利。股票的贴现率为 20%，不考虑外部融资。请为该公司股票估价。

答：

2011 年每股净利润：0.48 ÷ 0.8 = 0.6 元

2012 年每股净利润：0.6 + 0.6 × 5% × (1 - 0.8) = 0.606 元

2013 年每股股利：0.606 × 0.8 = 0.4848 元

2013 年每股净利润：0.606 + 0.606 × 5% × (1 - 0.8) = 0.61206 元

2014 年每股股利：0.61206 × 0.5 = 0.30603 元

2014 年每股净利润：0.61206 × (0.2 ÷ 0.05) + 0.61206 × 20% × (1 - 0.5) = 2.509446 元

2015 年每股股利：2.509446 × 0.5 = 1.254723 元

之后公司的每股股利以 0.2 × (1 - 0.5) = 10% 的速度递增，故公司股票为：

$$P = \frac{D_{2013}}{1 + r} + \frac{D_{2014}}{(1 + r)^2} + \frac{D_{2015}}{r - g} \times \frac{1}{(1 + r)^2} = \frac{0.4848}{1.2} + \frac{0.30603}{1.44} + \frac{1.254723}{0.2 - 0.1} \times \frac{1}{1.44} = 9.329875 \text{ 元}$$

4. 已知股票 A、B 基本信息，如下表所示：

项 目	股票 A	股票 B
股东权益收益率	14%	12%
预期每股盈利（元）	2.00	1.65
预期每股股息（元）	1.00	1.00
当前股票价格（元）	27.00	25.00
投资者要求的回报率	10%	10%

请计算：

- (1) 两只股票的派息比率。
- (2) 它们的股息增长率。
- (3) 选择合适的模型为两只股票估价。

综合考虑上述条件，你将投资于哪支股票？

答：

(1) 股票 A 派息比例 $= \frac{1}{2} = 50\%$ ，股票 B 派息比例 $= \frac{1}{1.65} = 60.6\%$

(2) 股票 A 的股息增长率 $= ROE_A(1 - \text{派息比例}_A) = 14\%(1 - 50\%) = 7\%$

股票 B 的股息增长率 $= ROE_B(1 - \text{派息比例}_B) = 12\%(1 - 60.6\%) = 4.73\%$

(3) 利用 DDM 估值：

股票 A 定价： $VA = \frac{1}{10\% - 7\%} = 33.33 > 27$,

股票 B 估价： $VB = \frac{1}{10\% - 4.73\%} = 18.98 < 25$ ，综合以上考虑，应选择投资股票 A

5. 某公司 2020 年的资产负债表及利润表分别如下：

某公司 2020 年资产负债表

单位：万元

项目	年末余额	年初余额
货币资金	20	40
其中：经营现金	10	20
其他流动资产	500	570
其中：经营流动资产	430	500
固定资产（原值）	600	700
累计折旧	120	170
固定资产净值	480	530
其他长期资产	300	290
其中：经营长期资产	270	260
长期资产合计	780	820
资产总计	1300	1430
流动负债	350	400
其中：经营流动负债	70	80
长期负债	510	525
其中：无息长期负债	100	180
股本	400	400
未分配利润	40	105
负债及股东权益合计	1300	1430

注：假定所有资产类科目本期均未计提减值准备。

某公司 2020 年利润表

单位：万元

项目	本期数
一、 营业收入	1280

减：营业成本	900
营业和管理费用（不含折旧和摊销）	120
折旧费用	50
摊销费用	10
财务费用	20
加：投资收益	0
二、营业利润	180
加：营业外收入	0
减：营业外支出	0
三、利润总额	180
减：所得税费用（20%）	36
四、净利润	144
每股收益（元）	1.44

注：假定财务费用全部为利息费用。

请根据以上数据，计算该公司 2012 年度的自由现金流量、股权现金流量。

答：

自由现金流量 = 经营现金毛流量 - 经营营运资本的变动 - 资本支出
= (销售收入 - 销售成本 - 管理及销售费用 - 折旧与摊销) × (1 - 所得税率) + 折旧与摊销 - (本期经营营运资本 - 上期经营营运资本) - (本期经营长期资产 - 上期经营长期资产 - 无息长期负债的增加)

税后经营利润 = (销售收入 - 销售成本 - 管理及销售费用 - 折旧与摊销) × (1 - 所得税率) =
(1280 - 900 - 120 - 50 - 10) × (1 - 20%) = 160 万元

经营现金毛流量 = 税后经营利润 + 折旧与摊销 = 160 + 50 + 10 = 220 万元

经营营运资本的变动 = 本期经营营运资本 - 上期经营营运资本 = (10 + 430 - 70) - (20 + 500 - 80) = -70 万元

资本投资 = (本期经营长期资产 - 上期经营长期资产) - (本期无息长期负债 - 上期无息长期负债) = (270 - 260) - (100 - 180) = 90 万元

自由现金流量 = 经营现金毛流量 - 经营营运资本的变动 - 资本支出 = 220 - (-70) - 90 = 200 万元

股权现金流量 = 自由现金流量 - 税后利息支出 - 偿还债务本金 + 新借债务 = 200 - 20 × (1 - 20%) + [(350 - 70 + 510 - 100) - (400 - 80 + 525 - 180)] = 209 万元

6. 某公司 2020 年的销售收入为 2000 万元，净利润为 250 万元，留存收益比例为 50%，预计 2021 年的增长率均为 3%。该公司的 β 为 1.5，国库券利率为 4%，市场平均风险股票的收益率为 10%，则该公司的本期收入乘数为多少？

答：

$$\text{收入乘数} = \frac{\text{每股股价}}{\text{每股销售收入}}$$

要计算每股股价，先计算期望收益率，根据 CAPM，

$$r = R_f + \beta(R_m - R_f) = 4\% + 1.5 \times (10\% - 4\%) = 13\%$$

然后根据 DDM 计算市值：

$$P = \frac{250 \times 0.5(1 + 3\%)}{13\% - 3\%} = 1287.5$$

然后就可以得到收入乘数 $=\frac{1287.5}{2000}=64.38\%$

7. 某企业本年度末的长期借款为 800 万元，短期借款为 450 万元，本年的总借款利息为 100 万元，预计未来年度末长期借款为 900 万元，短期借款 350 万元，预计年度总借款利息 120 万元，所得税率为 40%，则预计年度债权人现金流量为多少？

答：

债权人现金流量=税后利息支出+偿还债务本金-新借债务 $=120\times(1-40\%)-(900+350-800-450)=72$ 万元

8. 某企业本年净利为 20 万元，流通在外的普通股股数为 20 万股，分配股利 0.5 元每股，资本成本为 10%，该企业净利润和股利增长率都是 8%，则企业的预期市盈率为多少？

答：

$$\text{预期市盈率} = \frac{P}{EPS_1}$$

根据 DDM，

$$P = \frac{0.5 \times (1 + 8\%)}{10\% - 8\%} = 27 \text{ 元}$$

所以预期市盈率：

$$\frac{27}{1 \times (1 + 8\%)} = 25$$

9. A 公司是一家零售企业，公司 2012 年每股营业收入是 4.30 元，每股收益为 0.18 元，当年按每股 0.09 元派发现金股利。预期利润和股利的长期增长率为 6%，该公司当年的股权成本为 9.21%。B 公司同属于零售业，与 A 公司在净利率、股利支付率、增长率和股权成本等方面类似的公司，B 公司当年的每股营业收入是 3.20 元。请为 B 公司的股票定价。

答：由于 B 公司与 A 公司在净利率、股利支付率、增长率和股权成本等方面类似，可以使用收入乘数模型。

目标企业股价 = 可比企业平均收入乘数 × 目标企业每股销售收入

收入乘数等于每股股价与每股销售收入的比值

根据 DDM，

A 公司股价：

$$P_A = \frac{0.09 \times (1 + 6\%)}{9.21\% - 6\%} = 2.97 \text{ 元}$$

则 B 公司股价：

$$P_B = 2.97 \times \frac{3.2}{4.3} = 2.21 \text{ 元}$$

10. 下表给出了在上海证券交易所挂牌的化学制药行业上市公司 2012 年 12 月 13 日的估值情况，请根据下表分别运用市盈率模型、市净率模型及收入乘数模型为海正药业估值。已知海正药业 2012 年 12 月 13 日的收盘价为 13.98 元，请问哪种估价模型估价效果最好，为什么？

化学制药行业上市公司 2012 年 12 月 13 日收盘价及 2012 年年度主要财务指标预测值 单位：元

证券简称	收盘价	每股盈余	每股净资产	每股销售	增长率 (%)	净资产收益	销售净利
------	-----	------	-------	------	---------	-------	------

				收入		率 (%)	率 (%)
浙江药业	18.83	1.90	10.78	9.88	6.46	18.34	19.23
现代制药	11.51	0.52	3.23	7.01	17.66	15.85	7.42
天药股份	4.68	0.19	3.24	2.95	13.09	5.90	6.44
华海药业	10.27	0.57	3.32	3.72	11.35	17.53	15.32
双鹤药业	20.17	1.06	8.25	13.52	21.13	12.75	7.84
中恒集团	8.49	0.68	2.34	1.50	42.78	29.22	45.33
三精制药	7.55	0.52	3.63	6.66	7.19	14.40	7.81
恒瑞医药	28.34	0.88	4.22	4.50	22.41	21.35	19.56
平均数					17.76	16.92	16.12
海正药业	13.98	0.42	5.74	7.15	16.32	8.06	5.87

答：首先，根据上表提供的数据，可以计算每只股票的预期市盈率、预期市净率、预期收入乘数及它们的平均数，如下表所示：

化学制药行业上市公司主要指标

证券简称	预期市盈率	预期市净率	预期收入乘数
浙江制药	9.91	1.75	1.91
现代制药	22.13	3.56	1.64
天药股份	24.63	1.44	1.59
华海药业	18.02	3.09	2.76
双鹤药业	19.03	2.44	1.49
中恒集团	12.49	3.63	5.66
三精制药	14.52	2.08	1.13
恒瑞医药	32.20	6.72	6.30
平均	19.12	3.09	2.81

预期市盈率模型： $19.12 \times 0.42 = 8.03$ 元

预期市净率模型： $3.09 \times 5.74 = 17.74$ 元

预期收入乘数模型： $2.81 \times 7.15 = 20.09$ 元

可见，预期市盈率模型的估价效果最好。这是因为海正药业每股销售收入的增长率 (16.32%) 与行业平均每股销售收入的增长率 (17.76%) 较为接近，而销售净利率相差较大 (海正药业为 5.87%，行业平均为 16.12%)、净资产收益率也相差较大 (海正药业为 8.06%，行业平均为 16.92%)，所以应该采用市盈率模型。

第十章 期货和期权定价分析

二、计算题

1. 现在是 4 月份，某空调厂预计在当年 7 月份需要 50 吨阴极铜作为原料，当时铜的现货价格为 53000 元/吨。为了防止铜价上涨，决定在上海期货交易所进行铜套期保值期货交易，当天 7 月份铜期货价格为 53300 元/吨。假设保证金比例为 8%。

1) 在 4 月份，该空调厂应该如何在期货市场交易？需要交纳多少保证金？

2) 假设到了 7 月 1 日，铜价大幅上涨。现货铜价为 56000 元/吨，7 月份铜期货价格为 56050 元/吨。该空调厂在现货市场购进 50 吨铜，同时将期货合约平仓，则该空调厂的盈亏

情况如何？铜原料的实际购入成本是多少？

答：

(1) 在 4 月份，该空调厂应该在期货市场进行多头套期保值

由于上海期货交易所阴极铜的交易规模是每张合约 5 吨，因此，为了对 50 吨现货铜进行保值，需购买 10 张阴极铜期货合约。

需要交纳的保证金=合约数量×合约规模×期货价格×保证金比例=10×5 吨×53300 元/吨×8%=213200 元

(2) 期货平仓盈利为 $50 \times (56050 - 53300) = 137500$

实际购入成本为 $56000 - 137500 / 50 = 53250$ 元/吨

2. 期货合约的当日无负债结算制度是期货市场的一个重要特征。假设在 5 月 12 日，你以 2970.00 的价格买进一份沪深 300 股指期货合约。合约乘数是 300，因此总价为 $300 \times 2970 = 891000$ 元。你持有该头寸直到 5 月 20 日，以 2838.80 的价格卖出。保证金比例为 12%。假设在交易开始时按规定存入保证金，并在此期间从未提取过。请列出该期间保证金账户的贷记情况。此期间的清算价格如下：

时期	结算价格
5月12日	2932.00
5月13日	2993.60
5月14日	2965.60
5月17日	2771.00
5月18日	2870.60
5月19日	2869.20
5月20日	2838.80

答：初始保证金为： $891000 \times 12\% = 106920$ 元

当日盈亏：

5 月 12 日的盈亏为当日结算价-买入价= $2932.00 - 2970.00 = -38$ 点；

5 月 13 日-5 月 20 日，每日盈亏为当日结算价-前一日结算价。如下表。

保证金账户：

5 月 12 日的保证金为：初始保证金+ $(-38 \times 300) = 95520$

5 月 13 日-5 月 20 日，每日保证金为：上一交易日保证金+该日盈亏×300。结果见下表。

时期	结算价格	当日盈亏	保证金账户
5 月 12 日	2932.00	-38	95520
5 月 13 日	2993.60	61.6	114000
5 月 14 日	2965.60	-28	105600
5 月 17 日	2771.00	-194.6	47220
5 月 18 日	2870.60	99.6	77100
5 月 19 日	2869.20	-1.4	76680
5 月 20 日	2838.80	-30.4	67560

3. 原油现货价格为 45 美元/桶，1 年期的借款利率和贷款利率分别为 5%与 8%，不考虑交易费用和仓储费用，请问一年期的原油期货价格在什么范围内不存在套利机会？

答：1 年期的借款利率和贷款利率分别为 5%与 8%，则利差为 3%，若原油期货价格相对现货价格增长率超过 3%，则将存在套利机会。即：以 5%利率借款，购买原油期货，比直接贷出收益高。

好比银行，以 5%利率借入，以 8%利率贷出，收益为 3%；而 5%利率借入，购买原油

期货，若原油期货价格相对现货价格增长率超过 3%，则将存在套利机会。

按照利差 3% 作为无风险利率，那么可以得到 $45 \times e^{rT} = 45 \times e^{3\% \times 1} = 46.37$ ，如果原油期货价格超过 46.37 美元/桶，将存在套利机会；原油期货价格在 45 与 46.37 美元/桶之间时，不存在套利机会。

4. 某银行向客户推出黄金租赁业务，即客户可以向银行借入黄金并在约定期限内归还。1 年期的黄金租赁费为 2%（租赁费以黄金支付，即借入 1 克黄金 1 年后需还 1.02 克黄金）。当前黄金现货价格为 300 元/克，1 年期的无风险利率为 10%（一年复利一次）。试计算黄金租赁的实际成本是多少？

答：

期货价格=现货价格 $\times (1 + r) = 300 \times (1 + 10\%) = 330$ 元/克

实际成本=期货价格 \times 黄金租赁费用 $= 330 \times 2\% = 6.6$ ，实际成本为一年 6.6 元/克。

5. 股票现价为 40 元，已知在一个月后股价为 42 或 38，无风险年利率为 8%（连续复利），执行价格为 39 的 1 个月期欧式看涨期权的价格为多少？

答：

根据单步二项式模型，可以得到期权价格：

$$f = e^{-rT} [qf_u + (1 - q)f_d]$$

其中 $q = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$ ，其中 r 为无风险年利率（连续复利）8%， T 为期权存续期一个月，股价上涨时期权价格为 f_u ，该题中为 $42 - 39 = 3$ 元，股价下跌时期权价格为 f_d ，该题中为 0 元， u 为一个月后上涨价格与现价的比值 $= 42/40$ ， d 为一个月后下跌价格与现价的比值 $= 38/40$ ，全部代入其中可以得到：

$$q = \frac{e^{8\% \times \frac{1}{12}} - \frac{38}{40}}{\frac{42}{40} - \frac{38}{40}} = 0.567$$

$$f = e^{-8\% \times \frac{1}{12}} [0.567 \times 3 + (1 - 0.567) \times 0] = 1.69$$

期权价格为 1.69 元。

6. 股票现价为 50 元，已知 6 个月后将为 45 或 55，无风险年利率为 10%（连续复利），执行价格为 50 元，6 个月后到期的欧式看跌期权的价格为多少？

答：

根据单步二项式模型，可以得到期权价格：

$$f = e^{-rT} [qf_u + (1 - q)f_d]$$

其中 $q = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$ ，其中 r 为无风险年利率（连续复利）10%， T 为期权存续期 6 个月，股价上涨时期权价格为 f_u ，该题中为 0 元，股价下跌时期权价格为 f_d ，该题中为 $50 - 45 = 5$ 元， u 为一个月后上涨价格与现价的比值 $= 55/50$ ， d 为一个月后下跌价格与现价的比值 $= 45/50$ ，全部代入其中可以得到：

$$q = \frac{e^{10\% \times \frac{6}{12}} - \frac{45}{50}}{\frac{55}{50} - \frac{45}{50}} = 0.756$$

$$f = e^{-10\% \times \frac{6}{12}} [0.756 \times 0 + (1 - 0.756) \times 5] = 1.16$$

期权价格为 1.16 元。

7. 股票现价为 100，假设在今后每 6 个月内，股价上涨 10% 或下跌 10%。无风险年利率为 8%（连续复利）。试问执行价格为 100 元的 1 年期欧式看涨期权的价格为多少？

答：

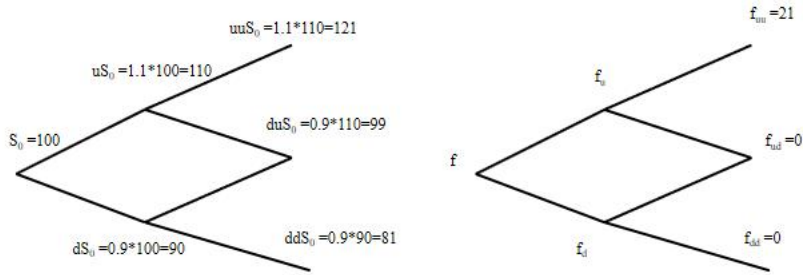


图 10-1 二阶段二叉树图

运用单步二叉树的公式，我们可求得 f_u 和 f_d ：

$$\begin{aligned} f_u &= e^{-r\Delta t} [qf_{uu} + (1 - q)f_{ud}], \\ f_d &= e^{-r\Delta t} [qf_{ud} + (1 - q)f_{dd}], \end{aligned}$$

其中 $q = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$ ， r 为无风险年利率（连续复利）8%， Δt 为每一步的步长 6 个月，股价两次上涨时期权价格为 f_{uu} ，该题中为 $100 \times 1.1^2 - 100 = 21$ 元，股价两次下跌时期权价格为 f_{dd} ，该题中为 0 元，股价一次上涨一次下跌时期权价格为 f_{ud} ，该题中为 0。

将已知值代入其中：

$$q = \frac{e^{8\% \times 0.5} - 0.9}{1.1 - 0.9} = 0.704$$

$$f_u = e^{-8\% \times 0.5} [0.704 \times 21 + (1 - 0.704) \times 0] = 14.205$$

$$f_d = e^{-8\% \times 0.5} [0.704 \times 0 + (1 - 0.704) \times 0] = 0$$

再次运用单步二项式模型，可以得到期权价格：

$$f = e^{-r\Delta t} [qf_u + (1 - q)f_d]$$

其中 $q = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} = 0.704$ ， r 为无风险年利率（连续复利）8%， Δt 为每一步的步长 6 个月

$$f = e^{-8\% \times 0.5} [0.704 \times 14.205 + (1 - 0.704) \times 0] = 9.61$$

期权价格为 9.61 元。

8. 股票的现价为 25 元，已知 2 个月后，股价会变为 23 或 27。无风险年利率为 10%（连续复利）。设 S_T 为 2 个月后的股票价格。试问收益为 S_T^2 的衍生证券在今天的价格应该是多少？

答：

根据单步二项式模型，可以得到期权价格：

$$f = e^{-rT} [qf_u + (1 - q)f_d]$$

其中 $q = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$ ，其中 r 为无风险年利率（连续复利）10%， T 为期权存续期 2 个月，股价上涨时期权价格为 f_u ，该题中为 $27 \times 27 = 729$ 元，股价下跌时期权价格为 f_d ，该题中为 $23 \times 23 = 529$ 元， u 为一个月后上涨价格与现价的比值 $= 27/25$ ， d 为一个月后下跌价格与现价的比值 $= 23/25$ ，全部代入其中可以得到：

$$q = \frac{e^{10\% \times \frac{2}{12}} - \frac{23}{25}}{\frac{27}{25} - \frac{23}{25}} = 0.605$$

$$f = e^{-10\% \times \frac{2}{12}} [0.605 \times 729 + (1 - 0.605) \times 529] = 639.3$$

期权价格为 639.3 元。

9. 计算以下无股息股票上欧式看跌期权的价格，其中股票价格为 60 元，执行价格为 58 元，无风险利率为每年 5%（连续复利），波动率为每年 30%，期限为 6 个月。

答：

无息股票欧式看跌期权的定价可以使用 Black-Scholes 期权定价模型，其公式为：

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - S_0N(-d_1)$$

其中， P 为期权的价格， r 为无风险利率（连续复利）5%， T 为期限，该题为 6 个月，

K 为执行价格 $= 58$ 元， S 为股票价格 $= 60$ 元， $N(*)$ 为标准正态分布函数， $d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{K}) + (r + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$ ， $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$ ， σ 为波动率 $= 30\%$ ，代入计算可得：

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{60}{58}) + (5\% + \frac{30\%^2}{2}) \times \frac{6}{12}}{30\% \times \sqrt{\frac{6}{12}}} = 0.384, \quad d_2 = 0.384 - 30\% \times \sqrt{\frac{6}{12}} = 0.172,$$

$$N(-d_1) = 0.351, \quad N(-d_2) = 0.432$$

$$P = e^{-5\% \times \frac{6}{12}} \times 0.432 \times 58 - 0.351 \times 60 = 3.4$$

期权价格为 3.4 元。

10. 考虑无股息股票上的欧式期权，股票价格为 30 元，执行价格为 29 元，无风险利率为每年 5%（连续复利），波动率为每年 25%，期权期限为 4 个月。

- 1) 如果是看涨期权，价格是多少？
- 2) 如果是看跌期权，价格是多少？
- 3) 验证看跌-看涨期权平价关系式是否成立

答：

(1) 与 (2)：无息股票欧式看跌看涨期权的定价可以使用 Black-Scholes 期权定价模型，看跌期权其公式为： $c = S_0N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2)$

看跌期权其公式为： $p = Ke^{-rT}N(-d_2) - S_0N(-d_1)$

其中， P 为期权的价格， r 为无风险利率（连续复利）5%， T 为期限，该题为 4 个月，

K 为执行价格 $= 29$ 元， S_0 为股票价格 $= 30$ 元， $N(*)$ 为标准正态分布函数， $d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{K}) + (r + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$ ， $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$ ， σ 为波动率 $= 25\%$ ，代入计算可得：

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{30}{29}) + (5\% + \frac{25\%^2}{2}) \times \frac{4}{12}}{25\% \times \sqrt{\frac{4}{12}}} = 0.423, \quad d_2 = 0.423 - 25\% \times \sqrt{\frac{4}{12}} = 0.278,$$

$$N(d_1) = 0.664, N(d_2) = 0.610, N(-d_1) = 0.336, N(-d_2) = 0.390$$

$$c = 30 \times 0.664 - 29 \times e^{-5\% \times \frac{4}{12}} \times 0.610 = 2.53$$

$$p = 29 \times e^{-5\% \times \frac{4}{12}} \times 0.390 - 30 \times 0.336 = 1.05$$

看涨期权价格 2.53 元，看跌期权价格 1.05 元

(3) 看跌看涨期权平价关系：

$$c + Ke^{-rT} = p + S_0$$

代入可以得到：

$$\text{左边} = 2.53 + 29e^{-5\% \times \frac{4}{12}} = 31.05$$

$$\text{右边} = 1.05 + 30 = 31.05 = \text{左边}$$

看跌看涨期权平价关系成立。

第十二章 股票投资分析

二、计算题

1. 公司 A 在期初的自由现金流量为 500 万元，公司加权资本成本为 10%，试对公司 A 进行估价。

- 如果公司 A 今后的自由现金流量都稳定在 500 万元。
- 如果公司 A 今后的自由现金流量平稳保持 5% 的增长。
- 如果公司 A 今后的自由现金流量在随后的 5 年每年保持 10% 的平稳增长，从第 6 年开始现金流量保持稳定。

答：

$$\text{a. 公司价值 } V = \frac{\text{FCFF}}{\text{WACC}} = \frac{500}{10\%} = 5000 \text{ 万元}$$

$$\text{b. 公司价值 } V = \frac{\text{FCFF}_1}{\text{WACC}-g} = \frac{500 \times (1+5\%)}{(10\%-5\%)} = 10500 \text{ 万元}$$

$$\text{c. 公司价值 } V = \sum_{i=1}^5 \frac{\text{FCFF}_0 \times (1+g)^i}{(1+\text{WACC})^i} + \frac{\text{FCFF}_5}{\text{WACC} \times (1+\text{WACC})^5} = 500 \times 5 + \frac{500 \times (1+10\%)^5}{10\% \times (1+10\%)^5} = 500 \times 5 +$$

$$\frac{500}{10\%} = 7500 \text{ 万元}$$

2. 上市公司 A 在 2021 年的息税前营业利润为 532 万元，低于上年同期 628 万元。预计公司在今后 5 年逐步复苏，收益增长率略高于稳定增长率。2021 年的公司财务杠杆比率仍然远远高于合理水平，因此随着公司进入稳定阶段，预期负债比率会逐渐降低。

(1) 2021 年的数据：2021 年息税前营业利润：532 万元；2021 年资本性支出：310 万元；2021 年折旧与摊销：207 万；2021 年销售收入：7230 万元；营业流动资产占销售收入的比例：25%；平均所得税税率：36%；无风险利率：7.5%；市场组合预期收益率 13%。

(2) 预测期数据。预测期长度：5 年；息税前营业利润的预期增长率：8%；公司的 beta 系数：1.25；税前债务成本：9.5%；负债比率：50%；销售收入、资本性支出以及折旧都以 8% 的速度增长。

(3) 稳定增长阶段的数据。销售收入、息税前营业利润的增长率为 5%，资本支出与营业流动资产与销售同步增长，资本支出与折旧摊销相互抵消。公司 beta 系数为 1，债务税前成本降为 8.5%，负债比率为 25%。要求：

a. 根据上述数据完成下表。

年度	1	2	3	4	5	6
销售收入						
息税前营业利润						
－息税前营业利润所得税						
息税后营业利润						
－（资本性支出－折旧）						
营业流动资产						
－营业流动资产增加额						
企业实体自由现金流量						

b. 试利用自由现金流模型计算公司价值

答：

a.

年度	1	2	3	4	5	6
销售收入	$7230 \times (1+8\%) = 7808.4$	$7230 \times (1+8\%)^2 = 8433.07$	$7230 \times (1+8\%)^3 = 9107.72$	$7230 \times (1+8\%)^4 = 9836.34$	$7230 \times (1+8\%)^5 = 10623.24$	$7230 \times (1+8\%)^5 \times (1+5\%) = 11154.4$
息税前营业利润	$532 \times (1+8\%) = 574.56$	$532 \times (1+8\%)^2 = 620.52$	$532 \times (1+8\%)^3 = 670.17$	$532 \times (1+8\%)^4 = 723.78$	$532 \times (1+8\%)^5 = 781.68$	$532 \times (1+8\%)^5 \times (1+5\%) = 820.77$
－息税前营业利润所得税	$574.56 \times 36\% = 206.84$	$620.52 \times 36\% = 223.39$	$670.17 \times 36\% = 241.26$	$723.78 \times 36\% = 260.56$	$781.68 \times 36\% = 281.41$	$820.77 \times 36\% = 295.48$
息税后营业利润	$574.56 - 206.84 = 367.72$	$620.52 - 223.39 = 397.14$	$670.17 - 241.26 = 428.91$	$723.78 - 260.56 = 463.22$	$781.68 - 281.41 = 500.28$	$820.77 - 295.48 = 525.29$
－（资本性支出－折旧）	$(310-207) \times (1+8\%) = 111.24$	$(310-207) \times (1+8\%)^2 = 120.14$	$(310-207) \times (1+8\%)^3 = 129.75$	$(310-207) \times (1+8\%)^4 = 140.13$	$(310-207) \times (1+8\%)^5 = 151.34$	0
营业流动资产	$7808.4 \times 25\% = 1952.1$	$8433.07 \times 25\% = 2108.27$	$9107.72 \times 25\% = 2276.93$	$9836.34 \times 25\% = 2459.09$	$10623.24 \times 25\% = 2655.81$	$11154.4 \times 25\% = 2788.6$

一 营 业 流 动 资 产 增 加 额	1952.1-723 0× 25%=144.6	2108.27-195 2.1=156.17	2276.93-210 8.27=168.66	2459.09-227 6.93=182.16	2655.81-2459. 09=196.72	2788.6-2655. 81=132.79
企 业 实 体 自 由 现 金 流 量	367.72-111 .24-144.6= 111.88	397.14-120. 14-156.17= 120.83	428.91-129. 75-168.66= 130.5	463.22-140. 13-182.16= 140.93	500.28-151.34 -196.72= 152.22	525.29-0-132 .79=392.5

企业实体自由现金流量

=息税前营业利润-息税前营业利润所得税-（资本性支出-折旧）-营业流动资产增加额

=息税后营业利润-（资本性支出-折旧）-营业流动资产增加额

b. 首先，计算折现所用的加权平均资本。

接下来的 5 年内，公司权益资本收益率 r_e 为：

$$r_e = r_f + \beta(r_m - r_f) = 7.5\% + 1.25 \times (13\% - 7.5\%) = 14.375\%,$$

其中， r_f 为无风险利率， r_m 为市场组合预期收益率， β 为公司的 beta 系数；

对应的加权平均资本WACC₁为：

$$\begin{aligned} WACC_1 &= (1 - \frac{D}{V})r_e + \frac{D}{V} \times r_d \times (1 - T_C) = (1 - 50\%) \times 14.375\% + 50\% \times 9.5\% \times \\ &\quad (1 - 36\%) = 10.2275\%, \end{aligned}$$

其中， r_e 为公司权益资本收益率， r_d 为税前债务成本， T_C 为平均所得税税率， $\frac{D}{V}$ 为负债比率；

第 6 年及之后时间内，公司权益资本收益率 r_e 为：

$$r_e = r_f + \beta(r_m - r_f) = 7.5\% + 1 \times (13\% - 7.5\%) = 13\%,$$

其中， r_f 为无风险利率， r_m 为市场组合预期收益率， β 为公司的 beta 系数；

对应的加权平均资本WACC₂为：

$$\begin{aligned} WACC_2 &= (1 - \frac{D}{V})r_e + \frac{D}{V} \times r_d \times (1 - T_C) = (1 - 25\%) \times 13\% + 25\% \times 8.5\% \times (1 - \\ &\quad 36\%) = 11.11\%, \end{aligned}$$

其中， r_e 为公司权益资本收益率， r_d 为税前债务成本， T_C 为平均所得税税率， $\frac{D}{V}$ 为负债比率。

其次，容易知道第 6 年及之后的公司自由现金流量保持 5%的稳定的增长率。

然后，利用自由现金流量模型计算公司价值。公司价值 V：

$$\begin{aligned} V &= \sum_{t=1}^5 \frac{FCFF_t}{(1 + WACC_1)^t} + \frac{FCFF_6}{(WACC_2 - g)(1 + WACC_1)^5} \\ &= \frac{111.88}{1 + 10.2275\%} + \frac{120.83}{(1 + 10.2275\%)^2} + \frac{130.5}{(1 + 10.2275\%)^3} \\ &\quad + \frac{140.93}{(1 + 10.2275\%)^4} + \frac{152.22}{(1 + 10.2275\%)^5} + \frac{392.5}{(1 + 10.2275\%)^5(11.11\% - 5\%)} \\ &= 4435.14 \text{ 万元} \end{aligned}$$

3. 某股票的市场价格为 50 元，期望收益率为 14%，无风险收益率为 6%，市场风险溢价

为 8%。如果这个股票与市场组合的协方差加倍（其他变量保持不变），该股票的市场价格是多少？（假定该股票预期会支付固定红利）

答：

如果股票与市场组合的协方差加倍,根据 $\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$, 那么其 β 值也随之加倍, 根据 CAPM 公式, 在其他变量保持不变时, 该股票的风险溢价以及 β 值与市场风险溢价乘积也加倍。
该股票现在的风险溢价为 $14\%-6\%=8\%$, 因此协方差加倍后的风险溢价为 16% , 新的期望收益率为:

$$E(r) = r_f + \beta(E(r_m) - r_f) = 6\% + 16\% = 22\%$$

如果股票支付某一固定水平的永久红利, 则由零增长模型可得:

$$50 = D \div 0.14, D = 50 \times 0.14 = 7 \text{ (元)}, \text{即支付的固定红利为 7。}$$

那么, 在新的期望收益率 22%情形下, 股票价格为: $7 \div 0.22 = 31.82 \text{ (元)}$

4. 某公司在上一年支付的每股股利为 2.1 元, 预计股利每年增长率为 6%, 该公司股票的必要收益率为 12%, 当前股票的市价为 38 元, 上一年的每股收益为 3.6 元, 通过简单的计算, 你觉得目前投资该公司的股票是否明智?

答：

股票均衡市场价格 $P = \frac{D_1}{r-g} = \frac{2.1 \times (1+6\%)}{12\%-6\%} = 37.1 < 38$, 所以当前股票被高估, 不应该投资该股票, 目前投资该公司的股票不明智。

第十三章 债券投资分析

二. 计算题

1、假设市场上有若干只国债, 这些国债的剩余期限、票面利率和价格如下表所示:

剩余期限 (年)	票面利率	每年付息次数	价格 (元)
1	0%	0	98.00
2	5%	1	101.00
3	6%	1	102.00
4	6.5%	1	102.00
5	7%	1	103.00

- (1) 依据表中给出的数据, 计算出不同期限的即期利率;
- (2) 绘制出利率期限结构

答：

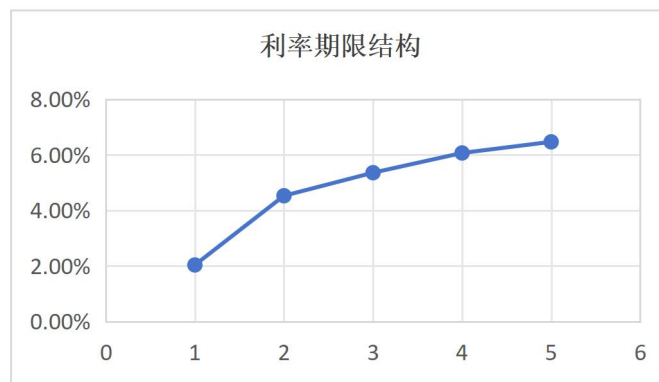
- (1) 将 4 只付息国债进行息票剥离, 并结合零息国债, 可以得到如下的方程组:

$$\begin{cases} 98 = \frac{100}{1+y_1} \\ 101 = \frac{5}{1+y_1} + \frac{105}{(1+y_2)^2} \\ 102 = \frac{6}{1+y_1} + \frac{6}{(1+y_2)^2} + \frac{106}{(1+y_3)^3} \\ 102 = \frac{6.5}{1+y_1} + \frac{6.5}{(1+y_2)^2} + \frac{6.5}{(1+y_3)^3} + \frac{106.5}{(1+y_4)^4} \\ 103 = \frac{7}{1+y_1} + \frac{7}{(1+y_2)^2} + \frac{7}{(1+y_3)^3} + \frac{7}{(1+y_4)^4} + \frac{107}{(1+y_5)^5} \end{cases}$$

求解方程组，可以得到， $y_1 = 2.04\%$, $y_2 = 4.53\%$, $y_3 = 5.36\%$, $y_4 = 6.07\%$, $y_5 = 6.47\%$

(2) 绘制利率期限结构：

将计算出的即期利率根据其对应的期限在图表上描点后，连线即可得到利率期限结构图。



2、沿用第1题的数据，进行如下计算：

- (1) 计算出这5只债券的久期；
- (2) 计算出这5只债券的凸性系数；
- (3) 如果这5只债券的到期收益率都上升1%，只考虑久期，这5只债券的价格变动多少？如果既考虑久期又考虑凸性系数，这5只债券的价格变动多少？

答：

(1) 先计算这5只债券的到期收益率：

剩余年限1年国债到期收益率：

$$98 = \frac{100}{1+YTM}$$

得到到期收益率为2.04%

剩余年限2年国债到期收益率：

$$101 = \frac{5}{1+YTM} + \frac{105}{(1+YTM)^2}$$

得到到期收益率为4.47%

剩余年限3年国债到期收益率：

$$102 = \frac{6}{1+YTM} + \frac{6}{(1+YTM)^2} + \frac{106}{(1+YTM)^3}$$

得到到期收益率为 5.26%

剩余年限 4 年国债到期收益率：

$$102 = \frac{6.5}{1 + YTM} + \frac{6.5}{(1 + YTM)^2} + \frac{6.5}{(1 + YTM)^3} + \frac{106.5}{(1 + YTM)^4}$$

得到到期收益率为 5.92%

剩余年限 5 年国债到期收益率：

$$103 = \frac{7}{1 + YTM} + \frac{7}{(1 + YTM)^2} + \frac{7}{(1 + YTM)^3} + \frac{7}{(1 + YTM)^4} + \frac{107}{(1 + YTM)^5}$$

得到到期收益率为 6.28%

然后计算麦考利久期和修正久期：

剩余年限 1 年国债：

$$D_{\text{mac}} = \frac{1 \times 100}{\frac{1 + 2.04\%}{98}} = 1$$

$$D_{\text{mod}} = \frac{D_{\text{mac}}}{1 + 2.04\%} = 0.98$$

剩余年限 2 年国债：

$$D_{\text{mac}} = \frac{\frac{1 \times 5}{1 + 4.47\%} + \frac{2 \times 105}{(1 + 4.47\%)^2}}{101} = 1.95$$

$$D_{\text{mod}} = \frac{D_{\text{mac}}}{1 + 4.47\%} = 1.87$$

剩余年限 3 年国债：

$$D_{\text{mac}} = \frac{\frac{1 \times 6}{1 + 5.26\%} + \frac{2 \times 6}{(1 + 5.26\%)^2} + \frac{3 \times 106}{(1 + 5.26\%)^3}}{102} = 2.84$$

$$D_{\text{mod}} = \frac{D_{\text{mac}}}{1 + 5.26\%} = 2.69$$

剩余年限 4 年国债：

$$D_{\text{mac}} = \frac{\frac{1 \times 6.5}{1 + 5.92\%} + \frac{2 \times 6.5}{(1 + 5.92\%)^2} + \frac{3 \times 6.5}{(1 + 5.92\%)^3} + \frac{4 \times 106.5}{(1 + 5.92\%)^4}}{102} = 3.65$$

$$D_{\text{mod}} = \frac{D_{\text{mac}}}{1 + 5.92\%} = 3.45$$

剩余年限 5 年国债：

$$D_{\text{mac}} = \frac{\frac{1 \times 7}{1 + 6.28\%} + \frac{2 \times 7}{(1 + 6.28\%)^2} + \frac{3 \times 7}{(1 + 6.28\%)^3} + \frac{4 \times 7}{(1 + 6.28\%)^4} + \frac{5 \times 107}{(1 + 6.28\%)^5}}{103} = 4.40$$

$$D_{\text{mod}} = \frac{D_{\text{mac}}}{1 + 6.28\%} = 4.14$$

(2)

剩余年限 1 年国债：

$$\text{凸性系数} = \frac{1}{2P(1+y)^2} \sum_{t=1}^n \frac{t(t+1)C_t}{(1+y)^t} = \frac{1}{2 * (1+2.04\%)^2} \left[\frac{1 * 2 * 100}{1+2.04\%} \right] = 0.96$$

剩余年限 2 年国债：

$$\text{凸性系数} = \frac{1}{2 * (1+4.47\%)^2} \left[\frac{1 * 2 * 5}{1+4.47\%} + \frac{2 * 3 * 105}{(1+4.47\%)^2} \right] = 2.66$$

剩余年限 3 年国债：

$$\text{凸性系数} = \frac{1}{2 * (1+5.26\%)^2} \left[\frac{1 * 2 * 6}{1+5.26\%} + \frac{2 * 3 * 6}{(1+5.26\%)^2} + \frac{3 * 4 * 106}{(1+5.26\%)^3} \right] = 5.02$$

剩余年限 4 年国债：

$$\begin{aligned} \text{凸性系数} &= \frac{1}{2 * (1+5.92\%)^2} \left[\frac{1 * 2 * 6.5}{1+5.92\%} + \frac{2 * 3 * 6.5}{(1+5.92\%)^2} + \frac{3 * 4 * 6.5}{(1+5.92\%)^3} + \frac{4 * 5 * 106.5}{(1+5.92\%)^4} \right] \\ &= 7.89 \end{aligned}$$

剩余年限 5 年国债：

$$\begin{aligned} \text{凸性系数} &= \frac{1}{2 * (1+6.28\%)^2} \left[\frac{1 * 2 * 7}{1+6.28\%} + \frac{2 * 3 * 7}{(1+6.28\%)^2} + \frac{3 * 4 * 7}{(1+6.28\%)^3} + \frac{4 * 5 * 7}{(1+6.28\%)^4} + \frac{5 * 6 * 107}{(1+6.28\%)^5} \right] \\ &= 11.16 \end{aligned}$$

(3)

只考虑久期：

$$\Delta P = -D_{mod} * \Delta YTM * P$$

剩余年限 1 年国债：

$$\Delta P = -0.98 \times 1\% \times 98 = -0.9604$$

剩余年限 2 年国债：

$$\Delta P = -1.87 \times 1\% \times 101 = -1.8887$$

剩余年限 3 年国债：

$$\Delta P = -2.69 \times 1\% \times 102 = -2.7438$$

剩余年限 4 年国债：

$$\Delta P = -3.45 \times 1\% \times 102 = -3.519$$

剩余年限 5 年国债：

$$\Delta P = -4.14 \times 1\% \times 103 = -4.2642$$

可计算得到这五只债券价格分别变动-0.9604 元，-1.8887 元，-2.7438 元，-3.519 元，-4.2642 元。

既考虑久期又考虑凸性系数：

$$\Delta P = (-D_{mod} * \Delta YTM + \text{凸性系数} * \Delta YTM^2) * P$$

剩余年限 1 年国债：

$$\Delta P = (-0.98 \times 1\% + 0.96 \times 1\%^2) \times 98 = -0.950992 \approx -0.9510$$

剩余年限 2 年国债：

$$\Delta P = (-1.87 \times 1\% + 2.66 \times 1\%^2) \times 101 = -1.861834 \approx -1.8618$$

剩余年限 3 年国债：

$$\Delta P = (-2.69 \times 1\% + 5.02 \times 1\%^2) \times 102 = -2.692596 \approx -2.6926$$

剩余年限 4 年国债：

$$\Delta P = (-3.45 \times 1\% + 7.89 \times 1\%^2) \times 102 = -3.438522 \approx -3.4385$$

剩余年限 5 年国债：

$$\Delta P = (-4.14 \times 1\% + 11.16 \times 1\%^2) \times 103 = -4.149252 \approx -4.1493$$

可计算得到这五只债券价格分别变动-0.9510 元，-1.8618 元，-2.6926 元，-3.4385 元，-4.1493 元。

3、某债券的剩余期限是 3 年，到期收益率为 6%，每年付息一次，票面利率是 6%，其久期是多少？如果到期收益率是 10%，则久期又是多少？

答：根据久期计算公式：

$$D_{mac} = \sum_{t=1}^n t \times \frac{CF_t}{P(1+y)^t} = \sum_{t=1}^n t \times \frac{PVCF_t}{P} = \sum_{t=1}^n t \times \omega_t$$

其中：t 为第 t 次现金流所发生的时间（付息的时间），n 为付息次数， CF_t 为第 t 次现金流的金额，P 为债券价格（等于每次现金流现值 $PVCF_t$ 之和），y 为到期收益率， $PVCF_t$ 为第 t 次现金流的现值， ω_t 为权重。

假设债券的面值为 100，当到期收益率为 6% 时，债券的价格为 100，

$$D_{mac} = \frac{\frac{1 \times 6}{1+6\%} + \frac{2 \times 6}{(1+6\%)^2} + \frac{3 \times 106}{(1+6\%)^3}}{100} = 2.83$$

当到期收益率为 10% 时，

$$D_{mac} = \frac{\frac{1 \times 6}{1+10\%} + \frac{2 \times 6}{(1+10\%)^2} + \frac{3 \times 106}{(1+10\%)^3}}{\frac{6}{1+10\%} + \frac{6}{(1+10\%)^2} + \frac{106}{(1+10\%)^3}} = \frac{254.29}{90.05} = 2.82$$

4、假设一只债券的票面利率为 10%，到期收益率为 8%。如果到期收益率保持不变，那么在 1 年内，债券的价格是会升高、降低还是保持不变，为什么？

答：

债券的价格是未来现金流的现值总和。对于固定收益债券来说，这些现金流包括定期支付的利息和最终的本金偿还。现金流的现值是通过将其未来数额贴现到当前时点来计算的，贴现率一般用债券的到期收益率来表示。

债券价格的计算公式给出：

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^n}$$

其中：P 是债券的价格；C 是每期债券支付的利息（票面金额乘以票面利率）；M 是最后到期时支付的本金（或面额）；y 是债券的到期收益率；n 是债券的剩余期限（以支付频率为单位计算）。

假设债券为普通年付债券，在不考虑其他收费和税费的前提下，债券的价格取决于其剩余期限、票面利率和市场利率（到期收益率）。

假设债券面额为 100 美元、票面利率为 10%，到期收益率为 8%，债券还剩多年到期。我们计算债券当前的价格和一年后的价格（假设到期收益率不变），来证明债券价格的变化趋势。

当前价格：

$$P = \frac{10}{1.08} + \frac{10}{1.08^2} + \dots + \frac{10}{1.08^n} + \frac{100}{1.08^n}$$

一年后的价格：

$$P_{extnew} = \frac{10}{1.08} + \frac{10}{1.08^2} + \dots + \frac{10}{1.08^{n-1}} + \frac{100}{1.08^{n-1}}$$

$$P - P_{extnew} = \frac{10}{1.08^n} + \frac{100}{1.08^n} - \frac{100}{1.08^{n-1}} = \frac{2}{1.08^n} > 0$$

显然， P_{extnew} 会比 P 更小。这就证明了，如果到期收益率保持不变，随着时间的推移，到期收益率低于票面利率的债券价格会下降。在这个过程中，它的价格会向面额值靠拢。这与债券的摊销原理相符，即溢价债券随时间推移会摊销溢价，直至到期时价格等于其面额值。

5、假设投资者有 1 年的投资期限，试图在 3 只债券之间进行选择。三只债券都无违约风险，剩余期限都是 10 年，面值均为 1000 元。第一只债券是零息债券；第二只票面利率 8%，每年付息一次；第三只票面利率 10%，每年付息一次。

(1) 如果三只债券都是 8% 的到期收益率，它们的价格分别是多少？

(2) 如果投资者预期下一年的到期收益率仍为 8%，则三只债券在下一年的价格是多少？

(3) 假设投资者预期下一年三只债券的到期收益率为 7%，则它们在下一年的价格是多少？

答：根据零息债券的定价公式：

债券 1 为零息债券，其定价公式为：

$$P = \frac{M}{(1+y)^n}$$

债券 2、3 为付息债券，其定价公式为：

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^n}$$

(1) 对于零息债券（不支付利息，只在到期时支付面值），其价格简单地为最终支付的面值贴现到当前时刻：

$$P_0 = \frac{1000}{(1+0.08)^{10}} \approx 463.19$$

对于票面利率为 8% 的债券，每年支付 80 元的利息，其价格为利息现值总和加上面值的贴现值：

$$P_1 = \sum_{t=1}^{10} \frac{80}{(1+0.08)^t} + \frac{1000}{(1+0.08)^{10}} = 1000$$

对于票面利率为 10% 的债券，每年支付 100 元的利息，其价格为利息现值总和加上面值的贴现值：

$$P_2 = \sum_{t=1}^{10} \frac{100}{(1+0.08)^t} + \frac{1000}{(1+0.08)^{10}} \approx 1134.20$$

(2) 如果投资者预期下一年的到期收益率仍为 8%，每只债券价格在下一年的计算方法类似，只是期限减少一年：

对于零息债券，一年后的价格为：

$$P_{0,new} = \frac{1000}{(1+0.08)^9} \approx \frac{1000}{1.99900} \approx 500.25$$

对于票面利率为 8% 的债券，一年后的价格为：

$$P_{1,new} = \sum_{t=1}^9 \frac{80}{(1+0.08)^t} + \frac{1000}{(1+0.08)^9} = 1000.00$$

对于票面利率 10% 的债券，一年后的价格为：

$$P_{2,new} = \sum_{t=1}^9 \frac{100}{(1+0.08)^t} + \frac{1000}{(1+0.08)^9} \approx 1124.94$$

(3) 如果投资者预期下一年的到期收益率为 7%，一年后的价格计算方法相同，只是使用 7% 作为贴现率：

对于零息债券，一年后的价格为：

$$P = \frac{1000}{(1+0.07)^9} \approx \frac{1000}{1.8385} \approx 543.93$$

对于票面利率为 8% 的债券，一年后的价格为：

$$P = \sum_{t=1}^9 \frac{80}{(1+0.07)^t} + \frac{1000}{(1+0.07)^9} \approx 1065.15$$

对于票面利率 10% 的债券，一年后的价格为：

$$P = \sum_{t=1}^9 \frac{100}{(1+0.07)^t} + \frac{1000}{(1+0.07)^9} \approx 1195.46$$

6、一只 30 年期、票面利率为 8%、半年付息一次的债券 5 年后可按 1100 元的价格赎回。此债券现在以 7% 的到期收益率出售（每半年 3.5%）

(1) 赎回收益率是多少？

(2) 如果赎回价格为 1050 元，则赎回收益率是多少？

(3) 如果赎回价格仍为 1100 元，但可以在 2 年后而不是 5 年后赎回，则赎回收益率多少？

答： 赎回收益率的计算公式为：

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{P_c}{(1+y)^n}$$

其中：P 为债券的购买价格，C 为债券每期利息，P_c 为赎回价格，n 为直到赎回日前的期数，y 为每期的赎回收益率。

(1) 首先计算当前债券的出售价格：

$$P = \sum_{t=1}^{60} \frac{40}{(1+0.035)^t} + \frac{1000}{(1+0.035)^{60}} = 40 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+0.035)^{60}}}{0.035} + \frac{1000}{(1+0.035)^{60}} = 1124.72$$

所以我们需要解下面的方程来计算赎回收益率：

$$P = \sum_{t=1}^{10} \frac{40}{(1+r)^t} + \frac{1100}{(1+r)^{10}} = 40 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^{10}}}{r} + \frac{1100}{(1+r)^{10}} = 1124.72$$

赎回收益率大约是每年 6.74%，或每半年 3.37%。

(2) 计算方法与第一种情况类似，只是最终的支付价值变为 1050 元，而非 1100 元。方程变为：

$$P = \sum_{t=1}^{10} \frac{40}{(1+r)^t} + \frac{1050}{(1+r)^{10}} = 40 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^{10}}}{r} + \frac{1050}{(1+r)^{10}} = 1124.72$$

赎回收益率大约是每年 5.96%，或每半年 2.98%。

(3) 在此情况下，赎回期限缩短到 2 年，即 4 期半年利息支付。方程变为：

$$P = \sum_{t=1}^4 \frac{40}{(1+r)^t} + \frac{1100}{(1+r)^4} = 40 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^4}}{r} + \frac{1100}{(1+r)^4} = 1124.72$$

赎回收益率大约是每年 3.88%，或每半年 1.94%。

7、1 年期零息债券的到期收益率为 5%，2 年期的是 6%。票面利率是 12%（每年付息）的 2 年期付息债券的到期收益率 5.8%。对投资银行而言存在什么套利机会？该套利行为的利润是多少？

答：

假设 2 年期付息债券债券面值为 100，那么，2 年期付息债券可以看做是两个零息债券（面值为 12 的 1 年期零息债券和面值为 112 的 2 年期零息债券），因此，该面值为 100、票面利率是 12%、到期收益率 5.8% 的 2 年期付息债券的价格应该与两个零息债券（面值为 12 的 1 年期零息债券和面值为 112 的 2 年期零息债券）的价格之和相等，否则，会出现套利机会。

首先计算该面值为 100、票面利率是 12%、到期收益率 5.8% 的 2 年期付息债券的价格：

$$P_1 = \sum_{t=1}^2 \frac{12}{(1+0.058)^t} + \frac{100}{(1+0.058)^2} = 12 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+0.058)^2}}{0.058} + \frac{100}{(1+0.058)^2} = 111.40$$

然后计算面值为 12 的 1 年期零息债券的价格：

$$P_2 = \frac{12}{1+0.05} = 11.43$$

其次计算面值为 112 的 2 年期零息债券的价格：

$$P_3 = \frac{112}{(1+0.06)^2} = 99.68$$

两个零息债券的价格之和为： $P_2 + P_3 = 111.11 < P_1 = 111.40$

所以，对投资银行来说存在套利机会：买入面值为 12 的 1 年期零息债券和面值为 112 的 2 年期零息债券，卖出面值为 100、票面利率是 12%、到期收益率 5.8% 的 2 年期付息债券，该套利行为的利润为： $P_1 - (P_2 + P_3) = 0.29$

8、养老金公司向受益人支付终身年金。如果一家公司永久地参与这项业务，养老金债务可近似视为终身年金。假设你来管理这一年金，每年向受益人支付 2 亿美元，一直持续下去。所有债券的到期收益率均为 16%。

(1) 如果 5 年期票面利率为 12%（每年支付一次）的债券的久期是 4 年，而 20 年期且票面利率为 6%（每年支付一次）的债券久期是 11 年。要使你的债务完全融资且免疫，则每种债券持有量应为多少（以市价计算）？

(2) 你持有的 20 年期付息债券的面值是多少？

答：

(1) 首先计算永续债券的久期：

永续债券久期的计算公式为：

$$D_{mac} = 1 + \frac{1}{y} = 1 + \frac{1}{16\%} = 7.25$$

其中：y 表示债券的到期收益率。

其次，计算该终身年金的现值：

$$PV = \frac{2}{16\%} = 12.5 \text{ 亿美元}$$

假设持有 5 年期债券的权重为 ω_1 ，持有 20 年期债券的权重为 ω_2

$$\begin{cases} \omega_1 + \omega_2 = 1 \\ \omega_1 \times 4 + \omega_2 \times 11 = 7.25 \end{cases}$$

解得， $\omega_1 = 0.5357$ ， $\omega_2 = 0.4643$ ，即投资 5 年期债券 $12.5 \text{ 亿美元} \times 0.5357 = 6.7 \text{ 亿美元}$ ，投资 20 年期债券 $12.5 \text{ 亿美元} \times 0.4643 = 5.8 \text{ 亿美元}$ 。

(2) 假设投资的 20 年期付息债券的面值总额为 M。

$$P = \sum_{t=1}^{20} \frac{M \times 6\%}{(1 + 0.16)^t} + \frac{M}{(1 + 0.16)^{20}} = 5.8 \text{ 亿美元}$$

$$\text{解得，} M = \frac{5.8 \text{ 亿美元}}{0.407} = 14.25 \text{ 亿美元}$$

9、某 30 年期限的债券，票面利率为 7%，每年付息一次。今天的出售价格为 867.42 元。某 20 年期限的债券，票面利率是 6.5%，也是每年付息一次，今天的出售价格为 879.50 元。债券市场分析师预测 5 年后，25 年期债券将以到期收益率 8% 的价格出售，而 15 年期债券将以到期收益率 7.5% 的价格出售。因为收益率曲线向上倾斜，分析师认为利息可投资于 6% 的短期债券。5 年后哪种债券可提供较高的期望收益率？

答：要计算哪种债券在 5 年后将提供更高的期望收益率，我们可以计算每种债券的预期收益率，以确定哪种债券的收益更高。

首先，计算 5 年后每种债券的价格，然后根据这些价格计算预期收益率。

对于 30 年期债券：

$$P = \sum_{t=1}^{25} \frac{70}{(1 + 0.08)^t} + \frac{1000}{(1 + 0.08)^{25}} = 70 \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + 0.08)^{25}}}{0.08} + \frac{1000}{(1 + 0.08)^{25}} = 893.25$$

对于 20 年期债券：

$$P = \sum_{t=1}^{15} \frac{65}{(1+0.075)^t} + \frac{1000}{(1+0.075)^{15}} = 65 \times \frac{1 - \frac{1}{(1+0.075)^{15}}}{0.075} + \frac{1000}{(1+0.075)^{15}} = 911.73$$

然后，计算 5 年内每种债券利息投资于 6% 的短期债券收益。

对于 30 年期债券：

$$C = \sum_{t=0}^4 70 \times (1+0.06)^t = 394.60$$

对于 25 年期债券：

$$C = \sum_{t=0}^4 65 \times (1+0.06)^t = 366.41$$

现在，计算每种债券的预期收益率。预期收益率可以通过债券 5 年后的总收益除以当前价格得出。

对于 30 年期债券：

$$5 \text{ 年预期收益率} = \frac{(893.25 + 394.60) - 867.42}{867.42} \approx 48.47\%$$

$$\text{年预期收益率} = \sqrt[5]{\frac{893.25 + 394.60}{867.42}} - 1 = 8.22\%$$

对于 20 年期债券：

$$5 \text{ 年预期收益率} = \frac{(911.73 + 366.41) - 879.50}{879.50} \approx 45.33\%$$

$$\text{年预期收益率} = \sqrt[5]{\frac{911.73 + 366.41}{879.50}} - 1 = 7.76\%$$

因此，根据分析，30 年期债券在 5 年后将提供较高的期望收益率。

10、某公司有一笔闲置资金 10 万元，想在债券市场上投资 5 年。目前市场上所有期限的利率水平均为 5%，但未来可能会发生变动。为了免受利率波动的影响，该公司拟用下列表中的两只债券构造免疫组合。问两只债券各购买多少，才能达到免疫。

债券名称	剩余期限	票面利率	年付息次数	面值
债券 A	7	6%	1	100
债券 B	3	5%	1	100

答：

首先计算两个债券的价格：

$$P_A = \frac{6}{1+5\%} + \frac{6}{(1+5\%)^2} + \dots + \frac{106}{(1+5\%)^7} = 105.79$$

$$P_B = \frac{5}{1+5\%} + \frac{5}{(1+5\%)^2} + \frac{105}{(1+5\%)^3} = 100$$

分别计算二者的麦考利久期：

$$D_{macA} = \frac{\frac{1 \times 6}{1 + 5\%} + \frac{2 \times 6}{(1 + 5\%)^2} + \dots + \frac{7 \times 106}{(1 + 5\%)^7}}{P_A} = \frac{629.59}{105.79} = 5.95$$

$$D_{macB} = \frac{\frac{1 \times 5}{1 + 5\%} + \frac{2 \times 5}{(1 + 5\%)^2} + \frac{3 \times 105}{(1 + 5\%)^3}}{P_B} = \frac{286}{100} = 2.86$$

然后计算两者的修正久期：

$$D_{modA} = \frac{D_{macA}}{1 + 5\%} = \frac{5.95}{1.05} = 5.67$$

$$D_{modB} = \frac{D_{macB}}{1 + 5\%} = \frac{2.86}{1.05} = 2.72$$

假设持有 A 债券的权重为 ω_A ，持有 B 债券的权重为 ω_B

$$\begin{cases} \omega_A + \omega_B = 1 \\ \omega_A \times 5.67 + \omega_B \times 2.72 = 5 \end{cases}$$

解得 $\omega_A = 0.7729$ ， $\omega_B = 0.2271$ ，即投资 A 债券 77290 ($=0.7729 \times 100000$) 元，投资 B 债券 22710 ($=0.2271 \times 100000$) 元；相当于持有 A 债券 730.6 张 ($=77290/105.79$)，持有 B 债券 227.1 张 ($=22710/100$)。

所以，应该购买 A 债券 730 张，B 债券 227 张，才能达到免疫。

第十四章 证券投资基金投资分析

二、计算题

1、假设某基金在 2019 年 5 月 5 日的份额净值为 1.45 元，2019 年 9 月 23 日的份额净值为 1.79 元，期间基金曾在 2019 年 6 月 18 日每 10 份派息 2.15 元，那么这一阶段该基金的收益率是多少？

$$\text{答：收益率} = \frac{1.79 + \frac{2.15}{10} - 1.45}{1.45} = \frac{0.555}{1.45} = 38.28\%$$

2、某封闭基金某一时刻的市价为 1.04 元，单位资产净值为 1.46 元，那么这只基金该时刻的折价率是多少？

$$\text{答：折价率} = \frac{1.46 - 1.04}{1.46} = \frac{0.42}{1.46} = 28.77\%$$

3、2019 年 7 月 10 日，张先生以 10000 元申购某基金管理公司旗下成长基金。该基金申购费率为 1.8%，当日收盘后基金份额净值为 1.51 元。请采用金额费率法计算申购费用和申购份数。

$$\text{答：申购费用} = 10000 \times 1.8\% = 180 \text{ 元，申购份数} = \frac{10000 - 180}{1.51} = \frac{9820}{1.51} \approx 6503$$

4、2019 年 6 月 15 日，张先生申请赎回某基金管理公司旗下成长基金 10000 份，该基

金赎回费率为 0.5%，当日收盘后基金份额净值为 1.31 元。请采用金额费率法计算赎回费用和赎回金额。

答：赎回总额=10000×1.31=13100 元，赎回费用=13100×0.5%=65.50 元，
赎回金额=13100-65.50=13034.50 元

5、某基金管理公司旗下成长基金 2019 年 3 月 31 日基金资产净值为 94.38 亿元，基金管理费按前一日基金资产净值的 1.5%年费率计提，请计算 2019 年 4 月 1 日这一天应计提的管理费。

答：管理费=94.38（亿元）×1.5%÷365=38.7863 万元。

第十六章 期权投资策略

二、计算题

1、假设执行价格为 30 元和 35 元的看跌期权价格分别为 4 元和 7 元。如何利用这些期权来构造牛市差价和熊市差价？用表格来说明这些差价的盈利和收益。

答：

（1）牛市差价：买入执行价格为 30 元的看跌期权，同时卖出执行价格为 35 元的看跌期权

股票价格范围	买入执行价格 30 元看跌 期权盈利	卖出执行价格 35 元看跌 期权盈利	整体盈利
$S_T \leq 30$	$30 - S_T - 4 = 26 - S_T$	$S_T - 35 + 7 = S_T - 28$	-2
$30 \leq S_T \leq 35$	-4	$S_T - 35 + 7 = S_T - 28$	$S_T - 32$
$S_T > 35$	-4	+7	3

（2）熊市差价：买入执行价格为 35 元的看跌期权，同时卖出执行价格为 30 元的看跌期权

股票价格范围	卖出执行价格 30 元看跌 期权盈利	买入执行价格 35 元看跌 期权盈利	整体盈利
$S_T \leq 30$	$S_T - 26$	$28 - S_T$	2
$30 \leq S_T \leq 35$	+4	$28 - S_T$	$32 - S_T$
$S_T > 35$	+4	-7	-3

2、假设一份执行价格为 60 元的看涨期权的价格为 6 元，一份具有相同执行价格与期限的看跌期权的价格为 4 元。制作一个表格来说明等量同价组合策略的盈利。当期权到期时，股价在什么范围内会导致该交易策略的亏损？

答：

（1）买入组合：同时买入这两份看涨期权和看跌期权

股票价格范围	多头看涨期权盈利	多头看跌期权盈利	整体盈利
$S_T \leq 60$	-6	$60 - S_T - 4$ $= 56 - S_T$	$50 - S_T$
$S_T > 60$	$S_T - 60 - 6$ $= S_T - 66$	-4	$S_T - 70$

当期权到期时，股价在 50 和 70 之间时会导致该交易策略的亏损。

（2）卖出组合：同时卖出这两份看涨期权和看跌期权

股票价格范围	空头看涨期权盈利	空头看跌期权盈利	整体盈利
$S_T \leq 60$	6	$S_T - 56$	$S_T - 50$
$S_T > 60$	$66 - S_T$	4	$70 - S_T$

当期权到期时，股价低于 50 或者股价高于 70 时会导致该交易策略的亏损。

3、假设当前股票指数是 1000 点，股息率是每年 1.5%，波动率是 20%，无风险利率为 5%。某银行计划向投资者提供面值为 1000 元的保本债券，且收益和股票指数收益挂钩。试问保本债券的期限需要多长，银行才能有利可图？

答：根据 B-S 欧式看涨期权定价公式：

$$c = S_0 N(d_1) e^{-qT} - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$\text{其中, } d_1 = \frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r - q + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

计算银行买入以该股票指数为标的、执行价格为 1000 的 T 年期欧式看涨期权的价格 c。代入已知值得：

$$c = 1000N\left(\frac{(5\% - 1.5\% + \frac{1}{2}20\%^2)T}{20\%\sqrt{T}}\right)e^{-1.5\%T} - 1000N\left(\frac{(5\% - 1.5\% + \frac{1}{2}20\%^2)T}{20\%\sqrt{T}} - 20\%\sqrt{T}\right)e^{-5\%T}$$

T 年期面值为 1000 的零息债券的价格为： $1000e^{-5\%T}$ 。

当 $c + 1000e^{-5\%T} < 1000$ 时，银行才能有利可图，由此可以求解出保本债券的期限 T。

当 T=6 时，期权价格为 260.793，零息债券价格为 740.818，总和为 1001.611，银行无利可图；

当 T=7 时，期权价格为 282.392，零息债券价格为 704.688，总和为 987.08，银行有利可图。

因此，保本债券的期限至少为 7 年时才能保证银行有利可图。

4、某金融机构持有以下有关英镑的场外交易期权组合：

期权类型	头寸	Delta	Gamma	vega
看涨	-1000	0.50	2.2	1.8
看涨	-500	0.80	0.6	0.2
看跌	-2000	-0.40	1.3	0.7
看跌	-500	-0.70	1.8	1.4

现考虑在期权组合中加入交易所内交易的一种期权，该期权的 Delta 为 0.6，Gamma 为 1.5，vega 为 0.8。

- (1) 需加入什么样的英镑期权和英镑的头寸可使得组合的 Gamma 与 Delta 为中性？
- (2) 可否只加入这一种期权，使得组合的 Gamma 与 vega 同时达到中性？

答：

(1) 为使组合的 Gamma 和 Delta 为中性，设该英镑期权的头寸为 w_1 ，英镑头寸为 w_2 ，需要满足：

$$-1000 \times 2.2 - 500 \times 0.6 - 2000 \times 1.3 - 500 \times 1.8 + w_1 \times 1.5 = 0$$

$$-1000 \times 0.5 - 500 \times 0.8 - 2000 \times (-0.4) - 500 \times (-0.7) + w_1 \times 0.6 + w_2 = 0$$

求解两个方程，可得 $w_1 = 4000$ ， $w_2 = -2650$ 。

因此，应该在组合中加入 4000 份英镑期权，卖出 2650 份英镑。

- (2) 为使组合的 Gamma 和 vega 同时为中性，设该英镑期权的头寸为 w_1 ，需要满足：

$$-1000 \times 2.2 - 500 \times 0.6 - 2000 \times 1.3 - 500 \times 1.8 + w_1 \times 1.5 = 0$$

$$-1000 \times 1.8 - 500 \times 0.2 - 2000 \times 0.7 - 500 \times 1.4 + w_1 \times 0.8 = 0$$

方程组无解，因此，不能够只加入这一种期权使得组合 Gamma 与 vega 同时达到中性。

5、考虑第 4 题中的情况，现有另外一个交易的英镑期权，Delta 为 0.1，Gamma 为 0.5，vega 为 0.6。试计算如何在组合中加入这两个期权与英镑的不同头寸，使得组合的 Delta、Gamma 与 vega 均为中性。

答：为使组合的 Delta、Gamma 与 vega 均为中性，设第一个英镑期权的头寸为 w_1 ，英镑头寸为 w_2 ，第二个英镑期权的头寸为 w_3 ，需要满足：

$$\begin{aligned} -1000 \times 2.2 - 500 \times 0.6 - 2000 \times 1.3 - 500 \times 1.8 + w_1 \times 1.5 + w_3 \times 0.5 &= 0 \\ -1000 \times 1.8 - 500 \times 0.2 - 2000 \times 0.7 - 500 \times 1.4 + w_1 \times 0.8 + w_3 \times 0.6 &= 0 \\ -1000 \times 0.5 - 500 \times 0.8 - 2000 \times (-0.4) - 500 \times (-0.7) + w_1 \times 0.6 + w_2 + w_3 \times 0.1 &= 0, \end{aligned}$$

求解这三个方程，可得 $w_1 = 3200$ ， $w_2 = -2410$ ， $w_3 = 2400$ 。

因此，应该在组合中加入 3200 份第一个英镑期权，2400 份第二个英镑期权，卖出 2410 份英镑。

6、在某银行提供的投资产品中，有一种产品可向投资者提供保证收益等于 0 与市场指数收益的 40% 的最大值，期限 1 年。某投资者决定将 100000 元投资于这种产品。假设无风险利率为 8%，指数股息收益率为 3%，波动率为 25%。这一产品对投资者而言合理吗？

答：

1 单位总面值为 100000 的 1 年期零息债券：

$$PV = 100000e^{-8\%} = 92311.635$$

0.4 单位执行价格为 100000 的欧式平值看涨期权：

$$c = S_0 N(d_1) e^{-qT} - Ke^{-rT} N(d_2)$$

$$\text{其中, } d_1 = \frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r - q + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

代入已知值得： $d_1 = 0.325$ ， $d_2 = 0.075$ ， $c = 11971.415$

银行提供的该产品的价值为：

$$\begin{aligned} PV + 0.4c &= 92311.635 + 0.4 \times 11971.415 \\ &= 92311.635 + 4788.566 = 97100.201 \end{aligned}$$

对于投资者来说，银行提供的该产品的价值 97100.201 小于投资者的投资 100000，这个产品是对投资者不合理的。

7、看涨期权的 Delta 等于 $N(d_1)$ 。考虑一个 1 年期的欧式平值看涨期权，股价为 30 元，无风险利率为 5%，波动率为 25%。

(1) 试计算该期权的 Delta 值。

(2) 当股价变为 31 元时，通过计算期权价格的变化来验证 Delta 对冲的有效性。

(3) 当股价大幅变动，例如从 30 元变为 40 元时，说明为什么必须要调整股票头寸以保证 Delta 对冲的有效性。

答：

(1) $d_1 = \frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$ ， $S_0 = 30$ ， $K = 30$ ， $r = 5\%$ ， $\sigma = 25\%$ ， $T = 1$ ，将各个参数代入表达式中可以得到 d_1 的具体值为 0.325，然后根据该期权的 Delta 值为 $N(d_1)$ ，可以求得具体值 Δ 为 0.6274。

(2) 卖出一份看涨期权的同时需要买入 0.6274 份股票来对冲风险。当股价变为 31 元即股价上涨 1 元时，对应看涨期权的价格会上涨 0.6274 元，卖出的看涨期权亏损 0.6274 元，

正好可以通过持有 0.6274 份股票抵消，因此，我们验证了 Delta 对冲的有效性。

(3) 股价为 30 元， Δ 为 0.6274，卖出一份看涨期权的同时需要买入 0.6274 份股票来对冲风险，根据 B-S 公式，求得看涨期权价格为 3.7008 元；股价为 40 元时， Δ 为 0.93，根据 B-S 公式，求得看涨期权价格为 11.8061 元，因此，卖出一份看涨期权亏损 8.1053 元，而持有 0.6274 份股票会盈利 6.274 元，卖出一份看涨期权亏损要远大于持有股票的盈利。

Delta 的值会随着股价的变动而发生变化。这意味着 Delta 对冲只对股价的小幅变动有效，当股价发生大幅变动时，用 Delta 来描述期权价格的变动是不准确的。此外，由于 Delta 会随股价而变动，投资者的 Delta 对冲状态（或 Delta 中性状态）只能维持在一段较短的时间内，所以 Delta 对冲策略的股票头寸需要不断调整。

8、某银行持有的美元/欧元汇率期权头寸的 Delta 为 30000，Gamma 为 -80000。

(1) 说明如何理解这些数字。

(2) 假设目前汇率为 0.90 美元/欧元，为了使头寸为 Delta 中性，该银行可买入或卖出多少数量的欧元？

(3) 假设在一段时间后，汇率变为 0.93，估算新的 Delta。此时为了保持 Delta 中性，银行还要进行怎么样的操作？

答：

(1) 说明若美元/欧元汇率增加 0.01 即欧元升值 0.01 美元，则该期权头寸的价值上升 300，Delta 降低 800。该银行应该是持有欧元看跌期权的空头，因此具有正的 Delta 和负的 Gamma。

(2) 需要卖出 30000 欧元。

(3) 新的 Delta 为 $30000 - 80000 \times 0.03 = 27600$ ，如果已经卖出 30000 欧元使其 Delta 中性，那么还需要买入 2400 欧元以保持 Delta 中性。

9、某公司决定发行 3 年期的可转债，面值为 100 元，票面利率为 2%，每年付息一次。在发行满 6 个月后，每份可转债可以 50 元一股的价格转为股票。假设当前股票价格为 45 元，无风险利率为每年 5%，股价波动率为每年 30%。该可转债无提前赎回和回售条款。

(1) 求该可转债的债券的价值

(2) 求该可转债转股期权价值，并得出该可转债的合理定价。

答：(1) 根据债券定价公式，该可转债的债券价值为：

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{I_t}{(1+r)^t} + \frac{FV}{(1+r)^T} = \frac{2}{1+5\%} + \frac{2}{(1+5\%)^2} + \frac{2}{(1+5\%)^3} + \frac{100}{(1+5\%)^3}$$

$$= 91.83$$

(2) 根据布莱克-斯科尔斯看涨期权定价公式：

$$c = e^{-rT} [S_0 N(d_1) e^{rT} - KN(d_2)]$$

$$\text{其中 } d_1 = \frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}, S_0 = 45, K = 50, r = 5\%, \sigma = 30\%, T = 3$$

代入各个参数，可以求得该可转债转股期权价值 $c_1 = 10.038$ 。

因此，该可转债的合理定价为 $PV + c_1 = 101.868$ 。

10、在第 9 题中考虑加入提前赎回和回售条款，在可转债发行公告中规定，当任意连续 30 个交易日中有 20 个交易日股票的收盘价不低于转股价格 150%（含 150%）时，公司有权决定可以按照面值加当期应计利息的价格赎回全部或部分未转股的可转债。此外，当公司股

票在最后两个计息年度任何连续 30 个交易日的收盘价格低于当期转股价格的 70%时, 投资者有权将其持有的可转债全部或部分按债券面值加当期应计利息的价格回售给发行人。

(1) 求提前赎回期权的价值

(2) 求回售期权的价值

(3) 求考虑提前赎回和回售期权后, 可转债现在的合理定价应该是多少?

答: (1) 提前赎回本质上是持有人向发行人出售了看涨期权, 其中 $S_0 = 45$, $K = 50 \times 1.5 = 75$, $r = 5\%$, $\sigma = 30\%$, $T = 3$ 代入布莱克-斯科尔斯看涨期权定价公式 $c = e^{-rT}[S_0 N(d_1) - KN(d_2)]$ 中, 可以得到提前赎回期权价值 $c_2 = 3.963$ 。

(2) 回售本质上是发行人给予持有人的一个看跌期权, 其中 $S_0 = 45$, $K = 50 \times 0.7 = 35$, $r = 5\%$, $\sigma = 30\%$, $T = 3$ 代入布莱克-斯科尔斯看跌期权定价公式 $p = Ke^{-rT}N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$ 中, 可以得到回售期权价值 $p_3 = 2.367$ 。

(3) 考虑提前赎回和回售期权后, 可转债期权部分的总价值为: $c_1 - c_2 + p_3 = 8.442$, 因此, 可转债现在的合理定价为 $PV + c_1 - c_2 + p_3 = 100.272$ 。

第十八章 套期保值策略

二、练习题

1. 如果在进行套期保值时间内的套保对象价格变化量与期货价格的变化量的相关系数 $\rho = 0.9$, 套保对象价格变化的标准差 $\sigma_S = 35\%$, 期货价格变化的标准差 $\sigma_F = 37\%$, 请计算最佳套期保值率。

答: 最佳套期保值率 $h = \frac{\rho \sigma_S}{\sigma_F} = 0.9 \times 0.35 / 0.37 = 0.85$

4. 假设某股票看涨期权的 $\Delta = 0.56$, 当前期权价格为 12 元, 当前股票价格为 105 元, 投资者出售 20 份股票看涨期权(即出售 2,000 股股票的期权)。如果投资者采用 Delta 中性对冲策略, 请问需要购买多少股股票?

答: 设投资者购买 n_S 股股票, 这样投资者构造的证券组合价值为:

$$V = n_S S - C$$

因为股票的 Delta 是 1, 对于 Delta 套期保值, 我们选 n_S , 使得:

$$n_S \times 1 - 0.56 = 0$$

这样投资者应当购买 0.56 份股票, 可实现该期权的 Delta 套期保值。

对于投资者出售 20 份股票看涨期权(即出售 2,000 股股票的期权), 投资者需要购买 $0.56 \times 2000 = 1120$ 股股票, 实现 Delta 中性对冲。

5. 在题 4 中, 如果股票价格的上升将导致 Delta 从 0.56 上升到 0.60, 为保持 Delta 中性, 投资者应该持有多少股股票? 如果股票价格的下降导致 Delta 从 0.56 下降到 0.50, 投资者应该持有多少股股票?

答: 如果股票价格的上升将导致 Delta 从 0.56 上升到 0.60, 为保持 Delta 中性, 应该持有 $0.6 \times 2000 = 1200$ 股股票, 即需要增加购买 80 股股票; 如果股票价格的下降导致 Delta 从 0.56 下降到 0.50, 应该持有 $0.5 \times 2000 = 1000$ 股股票, 即需要卖出 120 股股票。

6. 设一个证券组合的 $\beta = 1.5$ ，现在价值是 100 万元，当前无风险利率是每年 10%，证券组合和指数的红利收益率为每年 4%，指数现在价位为 250 点，设保险的目标价值是使得证券组合的价值为 0.9 百万元，保险期限为 6 个月。请计算实现套期保值目标的指数期权合约的执行价格。

答：首先将各个年收益率换算为与套保期限相同的 6 个月收益率： $r_f=5\%$ ， $r_s=2\%$ ， $r_p=2\%$ ；那么，实现套期保值目标的指数期权合约的执行价格为：

$$S_t = S_0 \left[1 + r_f - r_s + \frac{\left(\frac{v_t}{v_0} + r_p - 1 - r_f \right)}{\beta} \right] = 250 \times [1 + 0.05 - 0.02 + (0.9 + 0.02 - 1 - 0.05) / 1.5] = 235.83$$

9. 假设在 7 月中旬，上市公司 CHGF 的财务人员预计，该公司在 10 月份中旬左右需要一笔期限 6 个月、数量为 100 万美元的款项。银行提出的贷款利率是 3 个月期的 LIBOR+1.00%。当前的收益曲线向上倾斜，预期的 3 月期 LIBOR 3 个月的远期利率是 4.5%。请问公司的财务人员可以选择哪些策略对这笔贷款的利率风险进行套期保值？

答：

策略一：不采取任何措施。可能的风险：LIBOR 每上升 10 个基点，利息支付将增加 $500(1000000 \times 0.001 \div 2)$ 美元。

策略二：卖空欧洲美元期货合约：卖空 11 月到期的 3 个月期欧洲美元期货合约。该合约当前报价是 94.90，即远期利率是 5.10%。欧洲美元期货合约的本金数量是 100 万美元，该公司大约卖出 2 张期货合约。

$$\text{合约数量} = \frac{6 \text{ 个月}}{3 \text{ 个月}} \times \frac{1000000}{1000000} = 2$$

该公司将在银行贷款到位时，在 8 月中旬卖空欧洲美元。在合约到期日之前，公司再将期货平仓，这样公司的风险程度将大为降低。

策略三：利用欧洲美元期货的看跌期权：使公司避免利率上升的风险，并得到利率下跌而带来的机会。套期保值的成本是一笔期权费。假定 11 月份的看跌期权（执行价格是 95.00）的当前价格是 400 美元。这样，公司就可以通过花费 800 美元（ $\$400 \times 2$ 份合约）购买 2 份期权合约将 LIBOR 的利率控制在 4.5% 的水平。

策略四：购买一份基于 LIBOR 的远期利率协议（FRA）：一家大型的货币中心银行报价为：银行答应支付给交易对方在 3 个月内开始的 6 个月期限 FRA 超过 4.5% 的利差（按本金 100 万美元计算），而交易对方则答应支付给银行低于 4.5% 的利差。因此，FRA 就将在 3 个月内开始的 6 个月期 LIBOR 锁定在 4.5% 的水平。